

Chapitre 5

Stabilité, Rapidité, Précision et Réglage

1- Stabilité

1.1- Définition - Condition de stabilité

1.2- Critères de stabilité

1.2.1- Critères algébriques

1.2.2- Critère graphique ou de revers dans le plan de Nyquist

2- Rapidité

3- Précision

3.1 – Précision dynamique

3.2 – Précision Statique

3.2.1 *Ecart de position ou erreur statique dû à un échelon de consigne en l'absence de perturbation.*

3.2.2 *Ecart de position ou erreur statique en présence d'une perturbation : rejet de perturbation*

3.2.3 *Ecart de vitesse et d'accélération*

4- Réglage

4.1 Régulateur industriel

4.1.1 Régulateur PID

4.1.2 Sens d'action

4.1.3 Avantages et inconvénients des actions P , I et D

4.2 Méthodes de réglage expérimentales

4.2.1 Méthodes en boucle ouverte

4.2.2 Méthodes en boucle fermée

4.3 Réglage dans le domaine fréquentielle

4.3.1 Choix de l'algorithme de contrôle ou loi de commande

4.3.2 Détermination algébrique du réglage

4.3.3 Détermination graphique du réglage

4.4 Régulation TOR

1-Stabilité

1.1- Définition - condition de stabilité

Définition

Un procédé asservi ou non est stable si à une variation bornée du signal d'entrée correspond une variation bornée du signal de sortie. Une variation d'un signal est dite bornée lorsqu'elle est constante en régime permanent.

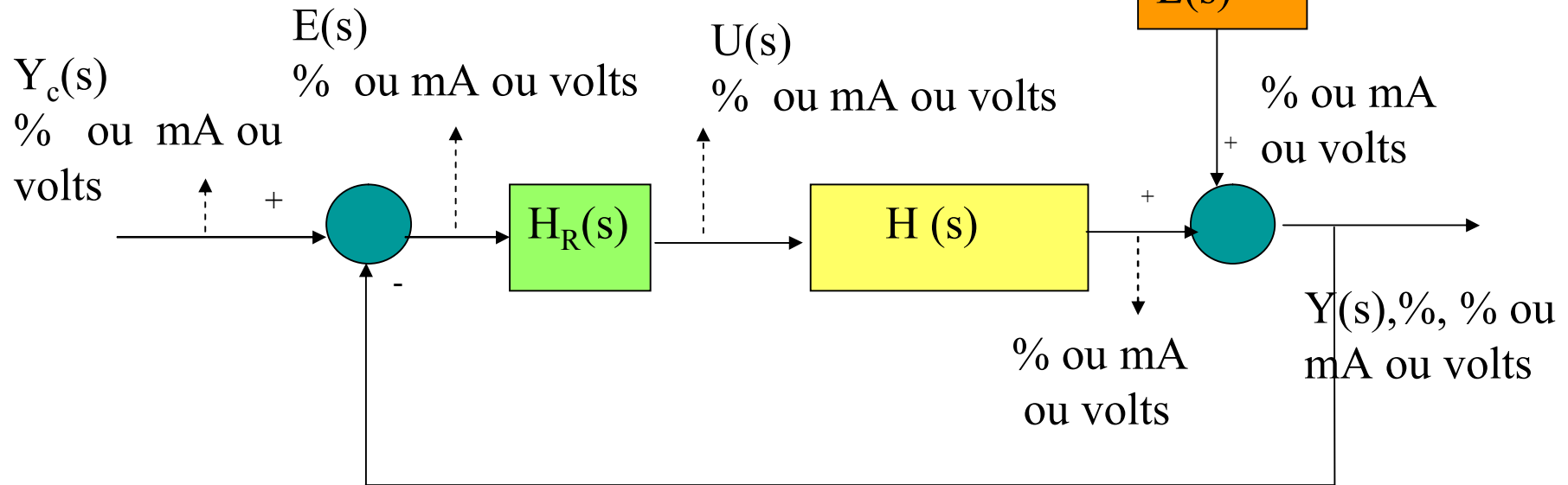
Condition de stabilité

Considérons un procédé en boucle fermée à retour unitaire de fonction de transfert réglante $H(s)$ et perturbatrice $L(s)$ (déjà vu au chapitre 2).

Avec :

$H(s)$: FT réglante

$L(s)$: FT perturbatrice



Avec :

$$Y(s) = \text{FTBF}(s) \cdot Y_c(s) + \text{LBF}(s)P(s)$$

$$\text{FTBF}(s) = \frac{\text{FTBO}(s)}{1 + \text{FTBO}(s)} ; \quad \text{LBF}(s) = \frac{L(s)}{1 + \text{FTBO}(s)}$$

$$\text{Et } \text{FTBO}(s) = H_R(s) \cdot H(s) ;$$

On constate que les deux fonctions de transfert FTBF(s) et LBF(s) ont les mêmes dénominateurs et par conséquent les mêmes pôles. Nous avons vu au chapitre 3 que la réponse indicielle en régime transitoire d'un procédé du second ordre dépend des pôles de sa fonction de transfert : pour $\zeta > 0$, les 2 pôles sont à partie réelle négative et la réponse temporelle est convergente c'est-à-dire stable.

Lorsque les 2 pôles sont à partie positive ($\zeta < 0$), la réponse est divergente c'est-à-dire instable et pour $\zeta = 0$ les 2 pôles sont imaginaires conjugués purs ($\pm \omega_o j$) et dans ce cas la réponse du système est oscillante.

La généralisation à un système ou procédé quelconque conduit à la définition suivante :

Un système dynamique linéaire continu et invariant est stable si et seulement si les pôles de sa fonction de transfert sont à parties réelles strictement négatives.

Or les pôles d'un procédé en BF sont les zéros de l'équation caractéristique $1 + FTBO(s) = 0$. Donc la définition de la stabilité d'un système asservi ou en BF s'énonce :

Un procédé en BF à retour unitaire est stable si son équation caractéristique $1 + FTBO(s) = 0$ ne possède que des zéros à partie réelle négative.

Point critique de stabilité (-1,0)

Lorsque un procédé asservi (en BF) entre en oscillations (signal de sortie sinusoïdal) pour une variation d'entrée bornée ou même nulle, le procédé est à la limite de stabilité (l'un des pôles ou deux pôles conjugués imaginaires purs $s = \pm j\omega_c$ deviennent pôles de sa FTBF ou zéros de son équation caractéristique $1 + FTBF(s) = 0$. A noter que l'axe imaginaire est la frontière entre le plan gauche des pôles à parties réelle négative et le plan droit des pôles à parties réelle positive). Dans ce cas ω_c , est la pulsation d'oscillation.

La résolution de l'équation caractéristique permet d'obtenir les conditions limites de stabilité (gain critique de boucle K_c) :

$$1 + FTBO(s = j\omega_c) = 0 \Rightarrow |FTBO(j\omega_c)| = 1 \quad \text{et} \quad \text{Arg}(FTBO(j\omega_c)) = -\pi$$

Dans le plan de Nyquist, le point singulier de module 1 et d'argument $-\pi$ est appelé point critique de stabilité.

1.2- Critères de stabilité

1.2.1- Critères algébriques

a) Méthode de résolution :

Condition d'amplitude : $|\text{FTBO}(j\omega_c)| = 1$

Condition de phase : $\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega_c)) = -\pi$

On détermine la pulsation ω_c à partir de la condition de phase .
On calcule le gain critique K_c à l'aide de ω_c et de la condition d'amplitude.

Le système en BF est stable si pour $\omega = \omega_c$ on a $|\text{FTBO}(j\omega_c)| < 1$

Le système en BF est instable si pour $\omega = \omega_c$ on a $|\text{FTBO}(j\omega_c)| > 1$

Exemple 4.1:

$$|\text{FTBO}(s) = H_R(s) \cdot H(s)| = K_R \cdot \frac{1}{(1 + Ts)^3} = \frac{K_R}{(1 + Ts)^3}$$

$$|\text{FTBO}(j\omega_c) = H_R(j\omega_c) \cdot H(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow \left| \frac{K_R}{(1 + Tj\omega_c)^3} \right|$$

$$\text{soit } \frac{K_R}{\sqrt{(1 + T^2\omega_c^2)}^3} = 1 \quad (1)$$

$$\text{et } \text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega_c)) = -3 \arctan(\omega_c T) = -\pi \Rightarrow \omega_c T = \sqrt{3}$$

$$\text{dans (1)} \Rightarrow \frac{K_R}{8} = 1 \quad (\text{condition limite de stabilité})$$

Donc pour que le système soit stable, il faut impérativement que le gain du régulateur K_R soit strictement inférieur à $K_{RC} = 8$

b) Critère de Routh

Le critère de Routh permet de déterminer le nombre de racines d'un polynôme et donc les pôles de la FTBO ou de la FTBF ayant leurs parties réelles positives, sans calculer ces racines ou ces pôles.

Critère : soit $D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$ le polynôme caractéristique (dénominateur) de la FT d'un procédé ou système asservi ou non .

- Si l'un des coefficients a_i est nul, le système est instable.
- Si tous les coefficients a_i sont différents de zéro, il suffit qu'ils ne soient pas tous de même signe pour conclure à l'instabilité.
- Si tous les coefficients a_i sont de même signe, l'examen de la première colonne du tableau de Routh permet de conclure à la stabilité du système.


Tableau de Routh :

(s^n)	:	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...	a_0
(s^{n-1})	:	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	...	0
(s^{n-2})	:	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	...		
(s^{n-3})	:	c_{n-3}	c_{n-5}			
....					
(s)	:	r_1	0				
(1)	:	s_0					


 Colonne des pivots

Où les lignes 3 à n+1 sont calculées par :

(s^n)	:	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...	a_0
(s^{n-1})	:	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	...	0
(s^{n-2})	:	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	...		
(s^{n-3})	:	c_{n-3}	c_{n-5}			
....					
(s)	:	r_1	0				
(1)	:	s_0					

colonne des pivots 

$$b_{n-2} = -\frac{a_n a_{n-3} - a_{n-1} a_{n-2}}{a_{n-1}} ; b_{n-4} = -\frac{a_n a_{n-5} - a_{n-1} a_{n-4}}{a_{n-1}} ; b_{n-6} = -\frac{a_n a_{n-7} - a_{n-1} a_{n-6}}{a_{n-1}}$$

$$c_{n-3} = -\frac{a_{n-1} b_{n-4} - b_{n-2} a_{n-3}}{b_{n-2}} ; c_{n-5} = -\frac{a_{n-1} b_{n-6} - b_{n-2} a_{n-5}}{b_{n-2}} \dots$$

Le nombre de racines ayant leurs parties réelles positives est égal au nombre de changement de signe dans la première colonne de cette matrice (colonne des pivots).

Exemple 4.2 :

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \text{avec :} \quad (1) \quad D(s) = s^3 + 3s + 1$$

$$(2) \quad D(s) = s^3 + 2s^2 - 3s + 1 \quad ; \quad (3) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 2s + 4$$

$$(4) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 6s + 4 \quad ; \quad (5) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 4s + 4$$

$$(6) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

(1) est instable car le dénominateur ne contient pas le terme a_2s^2 .

(2) est instable car son dénominateur contient un coefficient (a_1) de signe opposé aux autres coefficients.

$$(3) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 2s + 4 \quad ;$$

(s^4)	:	1	5	4
(s^3)	:	1	2	0
(s^2)	:	3	4	0
(s)	:	2/3	0	0
(1)	:	4	0	0

Il n'y a pas de changement de signe dans la colonne des pivots, donc il n'y a pas de racine à partie réelle positive.

$$(4) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 6s + 4$$

(s^4)	:	1	5	4
(s^3)	:	1	6	0
(s^2)	:	-1	4	0
(s)	:	+10	0	0
(1)	:	4	0	0

Il y a deux changements de signe dans la colonne des pivots, donc il y a deux racines à parties réelles positives. (les zéros sont : $0.1816 \pm 2.1444j$ et $-0.6816 \pm 0.6317j$).

$$(5) D(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 4s + 4$$

$$(s^4) : \quad 1 \quad 5 \quad 4$$

$$(s^3) : \quad 1 \quad 4 \quad 0$$

$$(s^2) : \quad 1 \quad 4 \quad 0$$

$$(s) : \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$(1) : \quad ?$$

La ligne 4 est nulle : le polynôme correspondant est s^2+4 , on continue avec sa dérivée $2s$.

$$(s^2) : \quad 1 \quad 4$$

$$(s) : \quad 2 \quad 0$$

$$(1) : \quad 4$$

Il n'y a pas de changement de signe dans la colonne des pivots, mais il y'a deux racines simples imaginaires pures ($s = \pm 2j$), solutions de ($s^2 + 4 = 0$).

$$(6) \quad D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

(s^4)	:	1	2	1
(s^3)	:	1	2	0
(s^2)	:	0	1	0
(s)	:	?	?	
(1)	:	?		

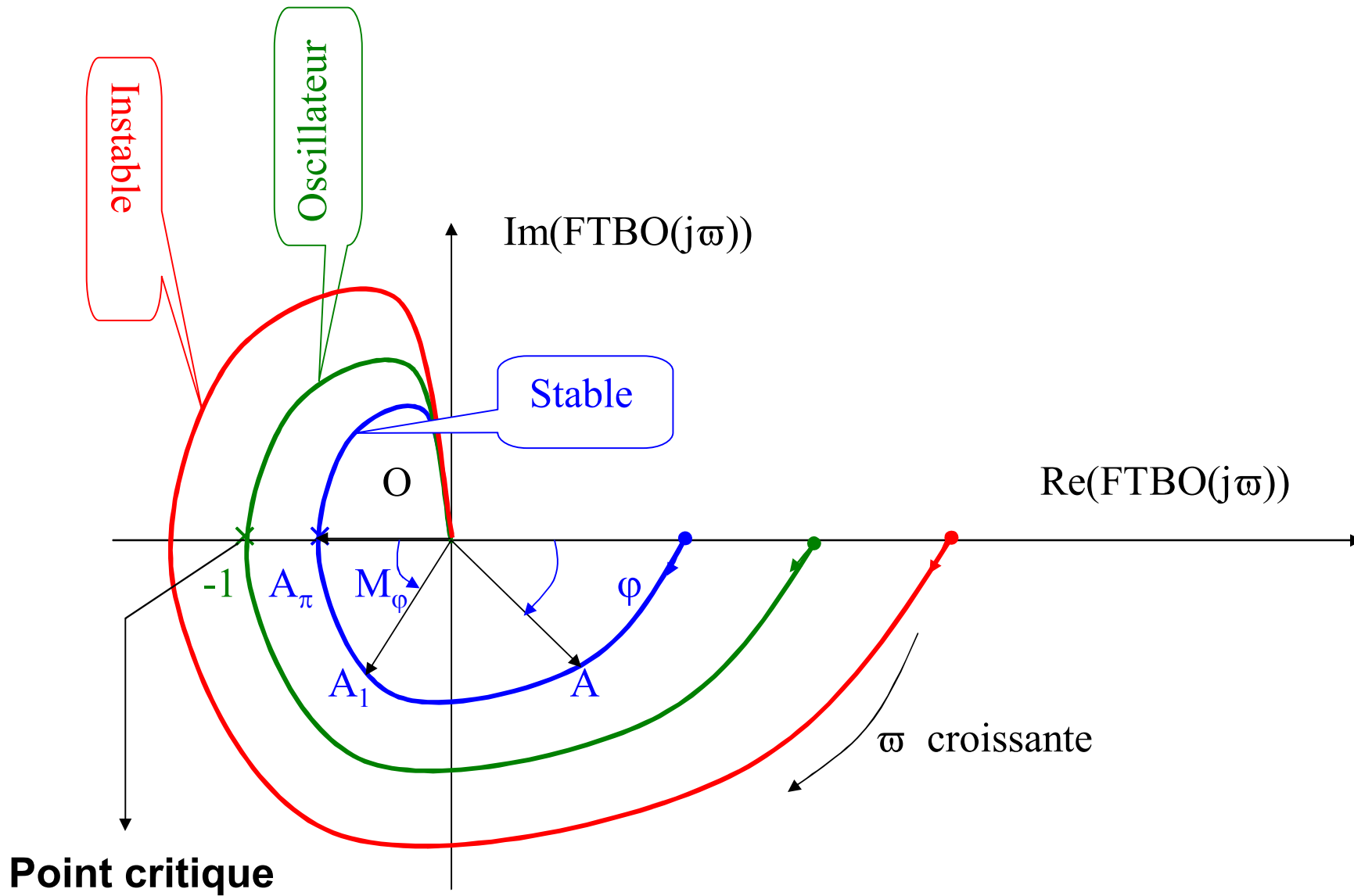
La colonne des pivots contient un 0. Ce qui ne permet pas de poursuivre. le système est instable.

Les zéros sont : $0.1217 \pm 1.3066j$; $-0.6217 \pm 0.4406j$

1.2.2- Critère graphique ou de revers dans le plan de Nyquist

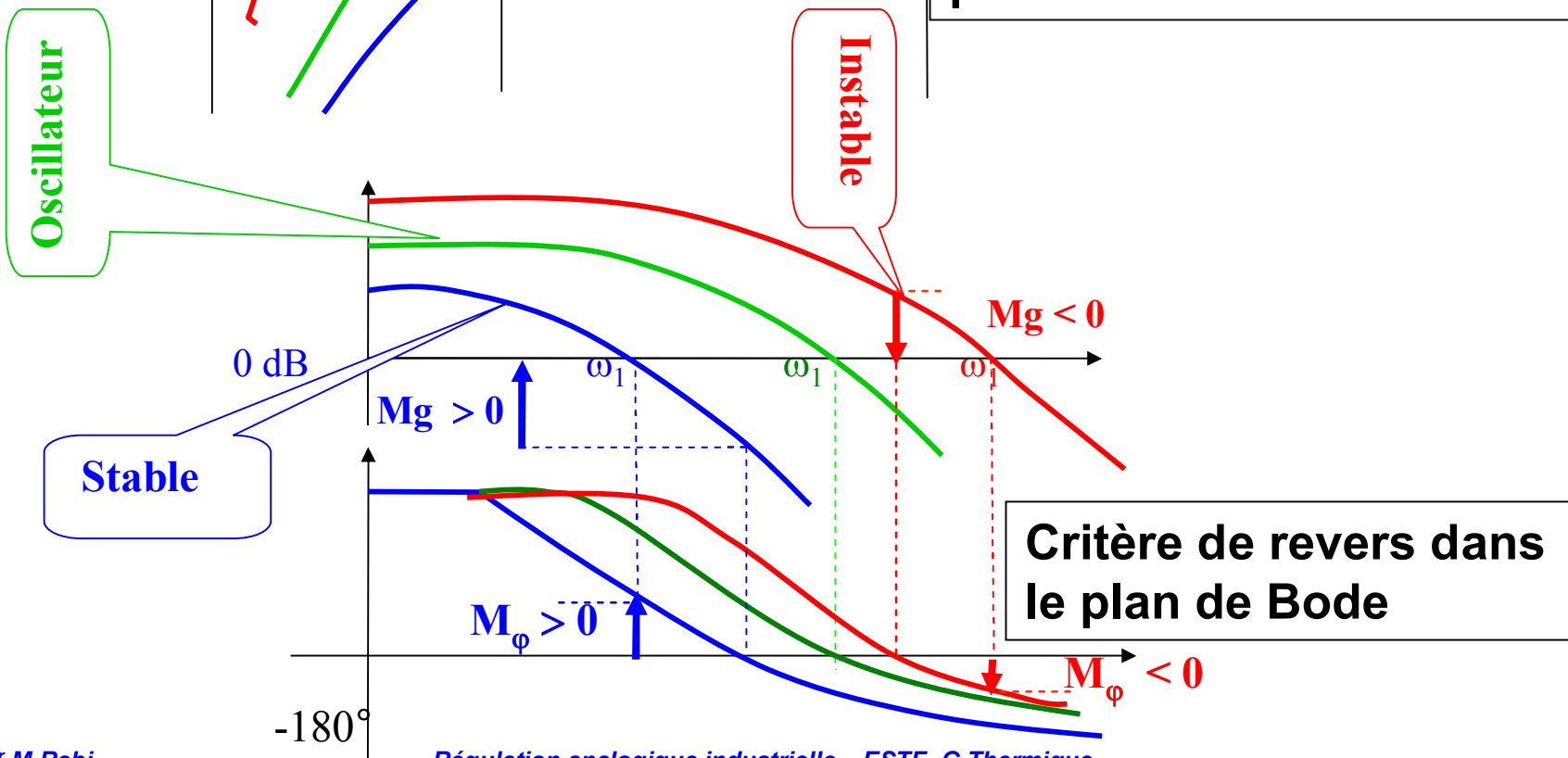
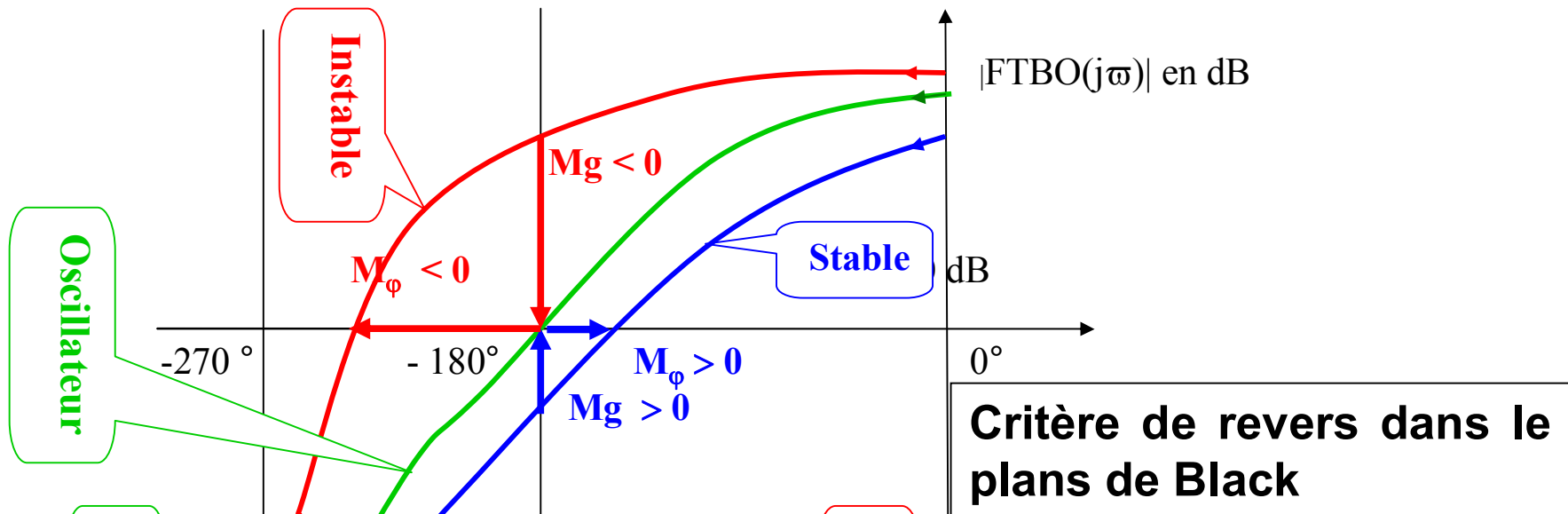
Le dénominateur ou le polynôme caractéristique de la FTBF s'obtient en écrivant $1+FTBO(s) = 0$ ou $FTBO(s)=-1$. Le point -1 est appelé point critique. Le critère du revers énonce que le système est stable en boucle fermée si :

- la $FTBO(s)$ n'a pas de pôle à partie réelle strictement positive ;
- en parcourant le lieu de Niquist de la $FTBO$, dans le sens des ω croissants, on laisse le point critique $(-1,0)$ sur la gauche .



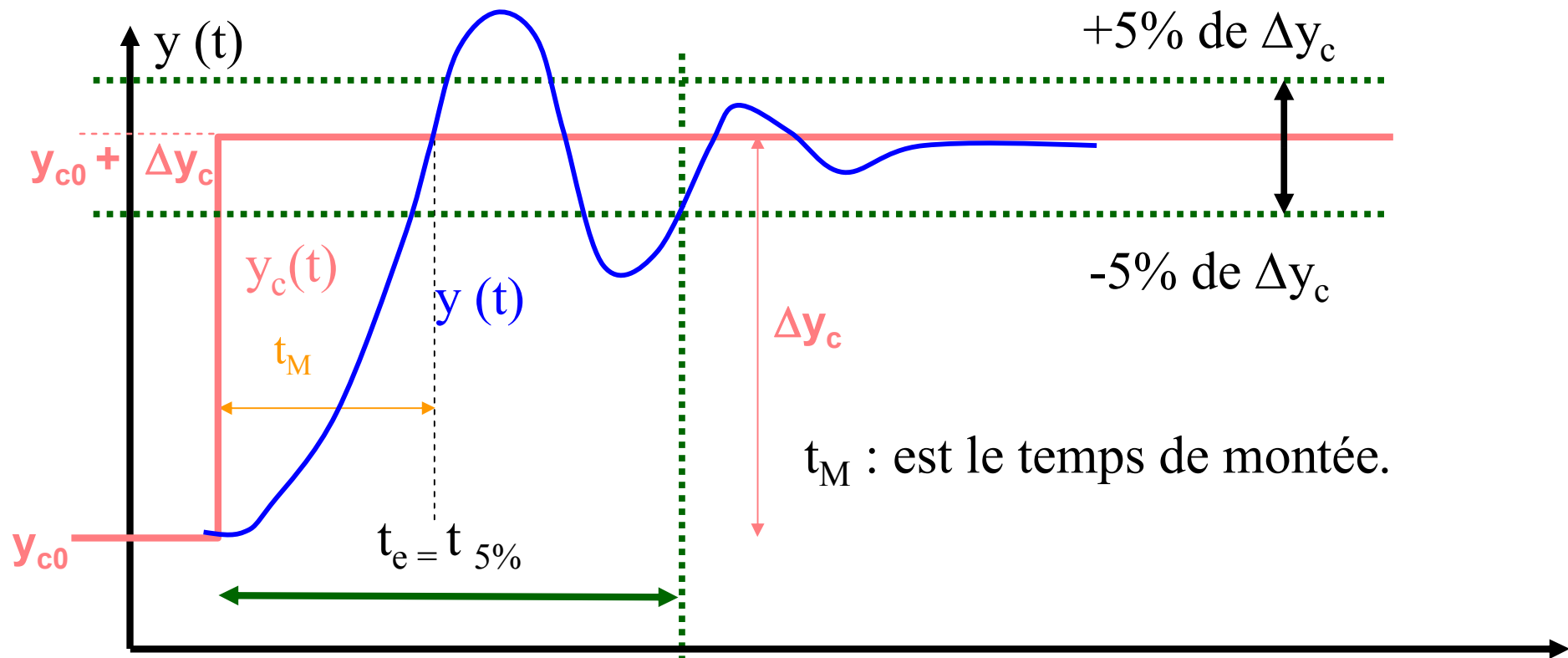
Le vecteur \overrightarrow{OA} représente le complexe FTBO(j ω) et φ son argument. En pratique, il ne faut pas trop s'approcher du point critique (-1,0). Pour cela, on définit les marges de sécurité : marge du gain M_g et marge de phase M_φ . Soit le point A1, s'il existe, tel que $|\overrightarrow{OA_1}| = |\text{FTBO}(j\omega_1)| = 1$

et le point A_π tel que $\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega_\pi)) = -180^\circ$. La marge de phase est définie par l'angle orienté $M_\varphi = (\overrightarrow{OA_\pi}, \overrightarrow{OA_1})$, positionnant le point A1 par rapport au point critique -1 et doit être positive. Au point A_π on doit avoir $|\overrightarrow{OA_\pi}| < 1$ et donc $20 \cdot \log(OA_\pi) < 0$ dB, soit encore $-20 \cdot \log(OA_\pi) > 0$ dB. La marge de gain est définie, en dB, par $M_g = -20 \cdot \log(OA_\pi)$ et doit être positive. En pratique on fixe souvent $M_\varphi = 45^\circ$ et $M_g = 6$ dB à 12 dB.



2- Rapidité

Le critère standard de rapidité utilisé est le temps de réponse à 5% de la sortie lorsque le système est soumis à une entrée en échelon. Pour un système bouclé c'est la FTBF(s) qu'il faut considérer, l'entrée est la consigne $y_c(t)$ et la sortie est la mesure $y(t)$: grandeur réglée. La réponse à une entrée en échelon d'un système dynamique linéaire stable se présente en général sous la forme suivante :



t_M : est le temps de montée.

Le système régulé est d'autant plus rapide que le temps de réponse à 5% est court.

Bande passante et rapidité

Dans le plan de Bode, on sait (chapitre 3) que la pulsation de coupure ω_c (bande passante) à -3dB d'un système de

premier ordre est : $\omega_c = \omega_{3dB} = \frac{1}{T} \approx \frac{3}{t_{5\%}}$

et celle d'un second ordre est : $\omega_c = \omega_{3dB} = \omega_0 \sqrt{1-2\zeta^2} + \sqrt{1+(1-2\zeta^2)^2}$

Avec $\omega_0 t_{5\%} = f(\zeta)$

Donc on voit clairement, pour un premier ordre, si ω_c augmente (bande passante augmente) $t_{5\%}$ diminue. De même pour le second ordre et pour un ζ donné, si ω_c augmente (bande passante augmente) ω_0 augmente aussi et par conséquent $t_{5\%}$ diminue.

En conclusion, une augmentation de la bande passante provoque, en général, une augmentation de la rapidité.

Un système du premier ordre de fonction de transfert en boucle ouverte :

$$FTBO(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{K}{1 + Ts}$$

placé dans une boucle de régulation à retour unitaire aura comme fonction de transfert en boucle fermée :

$$FTBF(s) = \frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{FTBO(s)}{1 + FTBO(s)} = \frac{K}{K + 1 + Ts} = \frac{\frac{K}{K + 1}}{1 + \frac{1}{K + 1} Ts}$$

Donc la FTBF(s) est aussi un premier ordre dont le gain et la pulsation de coupure à -3dB sont respectivement :

$$\frac{K}{K + 1}$$

$$\text{Et } \omega_c = \omega_{(3\text{dB})(\text{BF})} = \frac{K + 1}{T}$$

$\omega_{(3\text{dB})(\text{BF})}$ plus grande que celle de la FTBO ($1/T$) et augmente si on augmente K

En plus la fréquence de coupure à 0dB de la FTBO(s) obtenue en résolvant $|FTBO(j\omega)| = 1$ est $\omega_{(0\text{dB})(\text{BO})} = \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{T}$

On peut constater pour K suffisamment grand $K \gg 1$ on a :

$$\omega_{(3\text{dB})(\text{BF})} \approx \omega_{(0\text{dB})(\text{BO})}$$

D'une manière générale (approximation assez grossière).

Pour les systèmes physiquement réalisables, la bande passante à -3dB de la FTBF peut être approximée par la bande passante à 0dB de la FTBO. C'est-à-dire un système dont la FTBO à une large bande passante à 0dB sera donc rapide en boucle fermée.

Si on augmente le gain de la FTBO on augmente la rapidité du système en boucle fermée. Or une augmentation importante de ce gain peut provoquer une instabilité du système bouclé (voir réglage).

Un système du second ordre de fonction de transfert en boucle ouverte :

$$FTBO(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{K \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{K}{1 + 2 \cdot \frac{\zeta}{\omega_0} s + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

placé dans une boucle de régulation à retour unitaire aura comme fonction de transfert en boucle fermée :

$$FTBF(s) = \frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{FTBO(s)}{1 + FTBO(s)} = \frac{K}{1 + 2 \cdot \frac{\zeta}{\omega_0} s + \frac{s^2}{\omega_0^2} + K} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1 + 2 \cdot \frac{\zeta}{(K+1)\omega_0} s + \frac{s^2}{(K+1)\omega_0^2}}$$

$$= \frac{K_{BF}}{1 + 2 \cdot \frac{\zeta_{BF}}{\omega_{0BF}} s + \frac{s^2}{\omega_{0BF}^2}}$$

Cette fonction de transfert possède une forme similaire à celle de la FTBO avec :

$$K_{BF} = \frac{K}{K+1}, \quad \omega_{0BF} = \omega_0 \sqrt{K+1}, \quad \zeta_{BF} = \frac{\zeta}{\sqrt{K+1}}$$

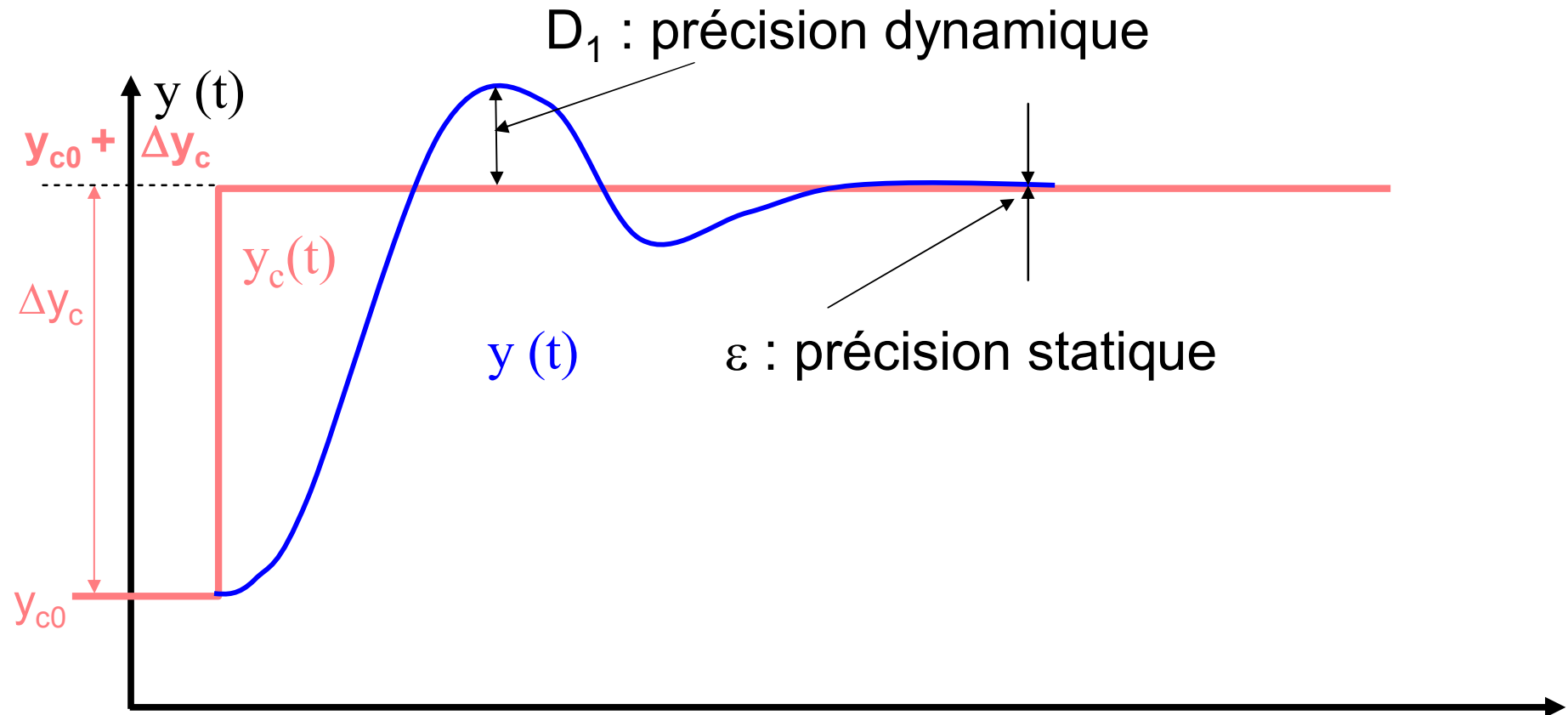
Dans ce cas on montre, si $K \gg 1$, que :

- en plus de $\omega_{(0dB)(BO)} \approx \omega_{0BF}$, si $0.2 < \zeta_{BF} < 0.8$ alors t_{MBF} (temps de montée en boucle fermée est

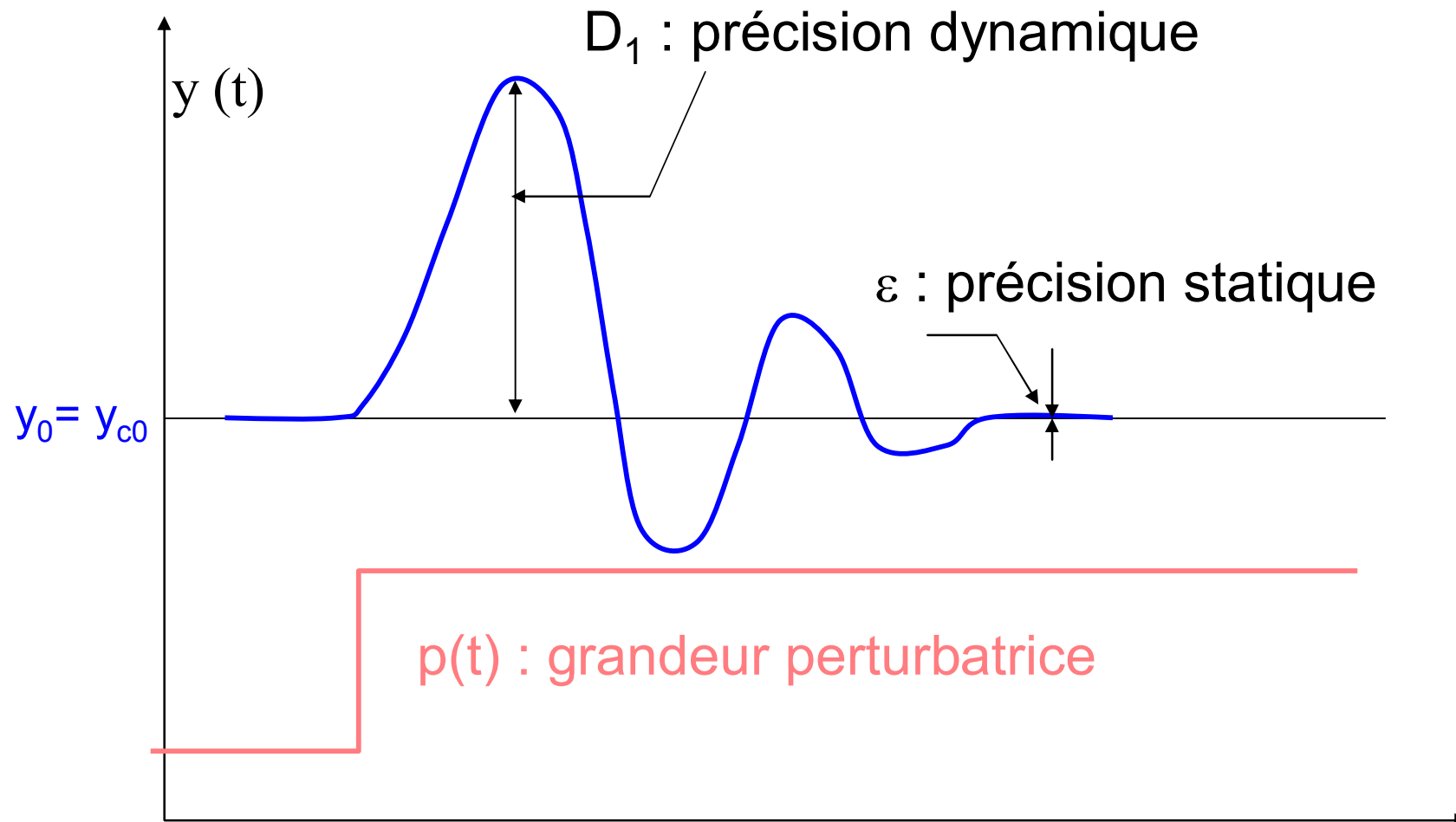
$$t_{MBF} \approx \frac{3}{\omega_{(0dB)(BO)}}$$

- $\zeta_{BF} \approx \frac{M\varphi}{100}$ où $M\varphi$ est la marge de phase

3- Précision



Procédé asservi : Réponse à un échelon de consigne



Procédé régulé : Réponse à un échelon de perturbation

3.1 – Précision dynamique

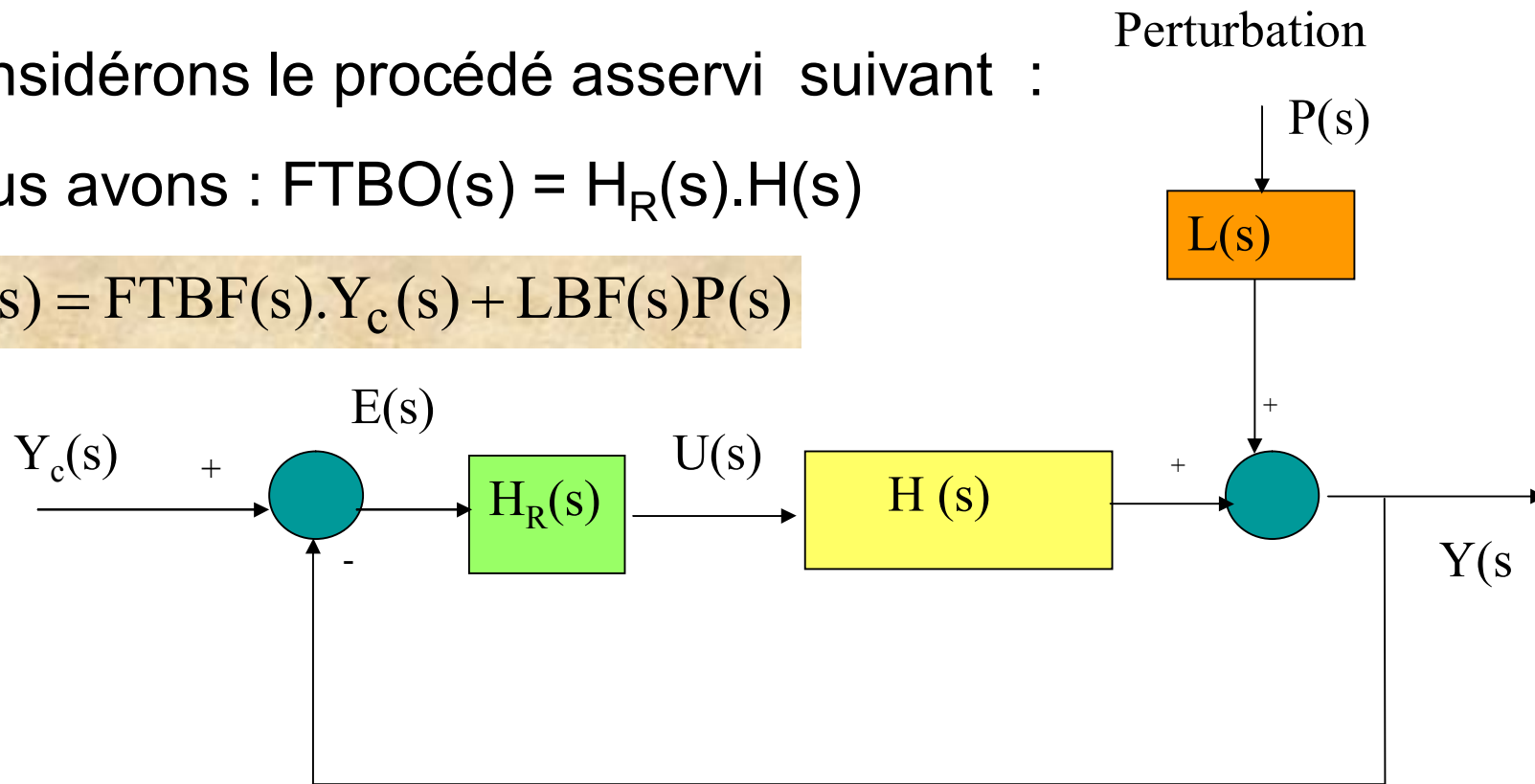
La précision dynamique est caractérisée par le dépassement D_1 lors du régime transitoire de la réponse de la grandeur réglée suite à un échelon de consigne ou de perturbation . Cette précision est liée directement au degré de stabilité du procédé ; c'est un critère de performance qui peut être défini par les marges de gain et de phase.

3.2 – Précision Statique

Considérons le procédé asservi suivant :

Nous avons : $FTBO(s) = H_R(s).H(s)$

$$Y(s) = FTBF(s).Y_c(s) + LBF(s)P(s)$$



Avec :

$$FTBF(s) = \frac{FTBO(s)}{1 + FTBO(s)}$$

$$; LBF(s) = \frac{L(s)}{1 + FTBO(s)}$$

Soit $e(t)$ l'écart entre la consigne $y_c(t)$ et la mesure de la grandeur réglée $y(t)$. On a aussi $E(t) = Y_c(t) - Y(t)$. Donc l'écart résiduel ou écart statique, en régime permanent est :

$$\varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Or

$$\begin{aligned} E(s) &= Y_c(s) - Y(s) = Y_c(s) - (FTBF(s) \cdot Y_c(s) + \frac{L(s)}{1 + FTBO(s)} P(s)) \\ &= Y_c(s)(1 - FTBF(s)) - \frac{L(s)}{1 + FTBO(s)} P(s) \\ \text{soit } E(s) &= \frac{1}{1 + FTBO(s)} Y_c(s) - \frac{L(s)}{1 + FTBO(s)} P(s) \end{aligned}$$

3.2.1 Ecart de position ou erreur statique dû à un échelon de consigne en l'absence de perturbation.

On suppose que la perturbation est nulle ($P(s)=0$), donc :

$$E(s) = Y_c(s) - Y(s) = \frac{Y_c(s)}{1 + FTBO(s)}$$

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{s \cdot Y_c(s)}{1 + FTBO(s)} \right]$$

On pose : $FTBO(s) = \frac{K \cdot N(s)}{s^\alpha \cdot D(s)}$ avec $N(0) = 1$ et $D(0) = 1$

α est la classe de la FTBO

$$\text{D'où : } \varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{s \cdot Y_c(s)}{1 + FTBO(s)} = \frac{s \cdot Y_c(s) s^\alpha \cdot D(s)}{K \cdot N(s) + s^\alpha \cdot D(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y_c(s) \cdot s^{\alpha+1}}{K + s^\alpha} \right]$$

Pour un changement de consigne en échelon a (entrée $Y_c(t)=a$), $Y_c(s) = a/s$ et on déduit alors :

•Si la FTBO est de classe 0, $\alpha = 0$, l'écart statique ou de position est $\varepsilon_p = \frac{a}{K + 1}$ qui tend vers 0 si on augmente K .

•Si la FTBO(s) est de classe supérieure ou égale à 1, $\alpha \geq 1$, l'écart de position est nul $\varepsilon_p = 0$ et la précision du système en BF est de 100%.

En conclusion :

•Pour avoir un écart de position ou erreur statique nul en boucle fermée, il faut au moins un intégrateur ($\alpha \geq 1$) dans la FTBO.

•Si la FTBO n'a pas d'intégrateur, l'écart de position ou l'erreur statique décroit (précision augmente) si le gain de la FTBO augmente.

3.2.2 Ecart de position ou erreur statique en présence d'une perturbation : rejet de perturbation

Si on suppose $Y_c(t)=0$ (pas de changement de consigne) mais la perturbation a varié d'un échelon $b = P(t)$, d'où $P(s)=b/s$.

Donc :

$$\text{soit } E(s) = -\frac{L(s)}{1 + FTBO(s)} P(s) = -\left(\frac{L(s)}{1 + FTBO(s)}\right) \frac{b}{s}$$

$$\text{On pose : } FTBO(s) = \frac{K.N(s)}{s^\alpha .D(s)} \quad ; \quad L(s) = \frac{K_L.N_L(s)}{s^{\alpha_L} .D_L(s)}$$

avec $N(0)=1$; $N_L(0)=1$; $D(0)=1$; $D_L(0)=1$. Donc :

$$\varepsilon_p = \lim_{s \rightarrow 0} \left[-\left(\frac{L(s)b}{1 + FTBO(s)}\right) = -\frac{s^{(\alpha - \alpha_L)} .D(s)K_L.N_L(s)b}{(K.N(s) + s^\alpha .D(s))D_L(s)} \right] =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} -\frac{K_L.s^{(\alpha - \alpha_L)}}{K. + s^\alpha} b$$

En conclusion :

- Si $\alpha = \alpha_L = 0$, l'écart de position ou erreur statique est $\varepsilon_p = -\frac{b.K_L}{K. + 1.}$ tend vers 0 si K est grand.
- Si $\alpha = \alpha_L \neq 0$ alors $\varepsilon_p = -\frac{b.K_L}{K}$
- Si $\alpha > \alpha_L$ La FTBO(s) contient plus d'intégrateurs que L(s), l'erreur statique est nul $\varepsilon = 0$ et la précision du système en BF est de 100%.
- Si $\alpha < \alpha_L$ La FTBO(s) contient moins d'intégrateurs que L(s), l'erreur statique est infini.

3.2.3 Ecart de vitesse et d'accélération

Le signal d'entrée est une rampe $Y_c(t) = a t$ ou $P(t) = bt$.
donc : $Y_c(s) = a/s^2$ ou $P(s) = b/s^2$. Dans ce cas l'écart ε est appelé l'écart de vitesse que l'on note ε_v .

Le signal d'entrée est une $Y_c(t) = a t^2$ ou $P(t) = b t^2$. donc :
 $Y_c(s) = a/s^3$ ou $P(s) = b/s^3$. Dans ce cas l'écart ε est appelé
l'écart d'accélération que l'on note ε_a .

L'écart de position , de vitesse et d'accélération sont résumés
dans le tableau suivant :

α_L	α	ε_p		ε_v		ε_a	
		ε_{pc}	ε_{pL}	ε_{vc}	ε_{vL}	ε_{ac}	ε_{aL}
0	0	$\frac{a}{K+1}$	$-\frac{b.K_L}{K.+1.}$	∞	∞	∞	∞
1	1	0	$-\frac{b.K_L}{K}$	$\frac{a}{K}$	∞	∞	∞
0	1	0	0	$\frac{a}{K}$	$-\frac{b.K_L}{K}$	∞	∞
1	2	0	0	0	$-\frac{b.K_L}{K}$	$\frac{a}{K}$	∞
0	2	0	0	0	0	$\frac{a}{K}$	$-\frac{b.K_L}{K}$
2	2	0	$-\frac{b.K_L}{K}$	0	∞	$\frac{a}{K}$	∞
0	3	0	0	0	0	0	0
3	3	0	$-\frac{b.K_L}{K}$	0	∞	0	∞
2	3	0	0	0	$-\frac{b.K_L}{K}$	0	∞
1	3	0	0	0	0	0	$-\frac{b.K_L}{K}$

4- Réglage

Le réglage d'une boucle de régulation (choix de structure et calcul des paramètres du régulateur) doit permettre de répondre au plus grand nombre de contrainte exigées par le cahier des charges du procédé à réguler. De nombreuses méthodes de réglage d'une boucle sont possible selon les besoins en régulation ou en asservissement. Les exigences du cahier des charges sont décrites soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel. Le critère de réglage est alors fixé à partir soit de la forme de la réponse temporelle souhaitée pour un type d'entrée (par exemple un échelon), soit à partir des marges de stabilité (marge de gain et de phase, facteur de résonance).

Le critère de précision est , bien entendu, intrinsèquement lié à celui du réglage. Le bon réglage est celui qui répondra au meilleur compromis global du cahier des charges.

4.1 Le régulateur industriel

Le régulateur industriel est un appareil qui a pour rôle essentiel de contrôler le procédé, c'est-à-dire de garantir les comportements dynamique et statique du procédé conformes au cahier des charges défini. Ceci est réalisé par réglage et adaptation des paramètres de sa fonction de transfert au procédé à contrôler.

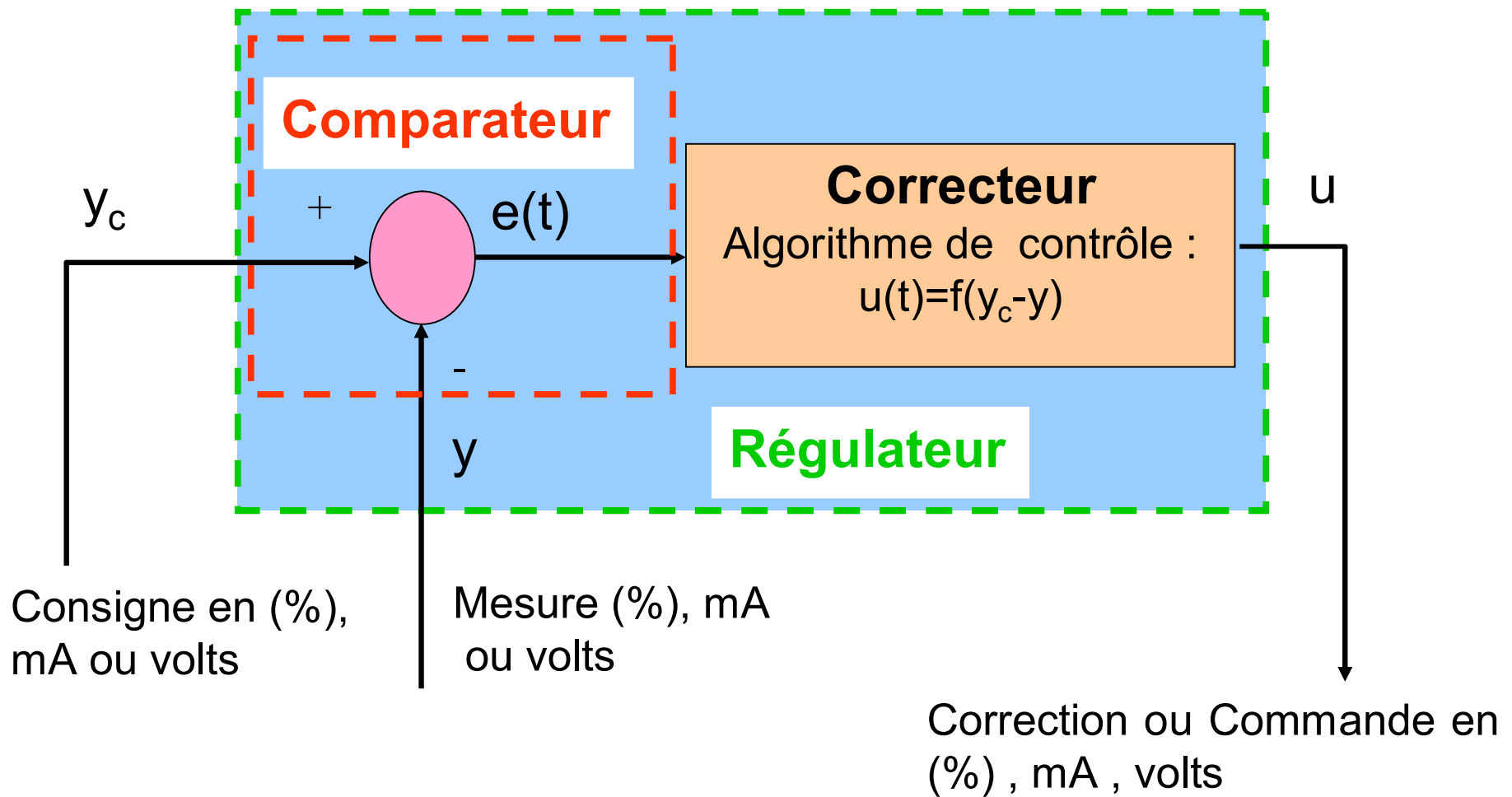


Schéma fonctionnel d'un régulateur

Il faut distinguer deux aspects du régulateur industriel :

- sa fonction mathématique ou loi de commande ou encore algorithme de contrôle;
- les fonctions pratiques d'utilisation : un signal normalisé en entrée et en sortie visualisables en % en général mais de nature: 4-20mA, 0-10V,... ; une consigne réglable et visualisable ; un réglage des paramètres de l'algorithme de contrôle et du sens d'action; des sélecteurs de commande automatique-manuelle, de consigne interne ou externe ; des réglages d'alarme basse et d'alarme haute de la mesure ou de l'écart mesure-consigne; des limiteurs des valeurs ou des vitesses de variation de la consigne et de la commande.

4.1.1 Régulateur PID

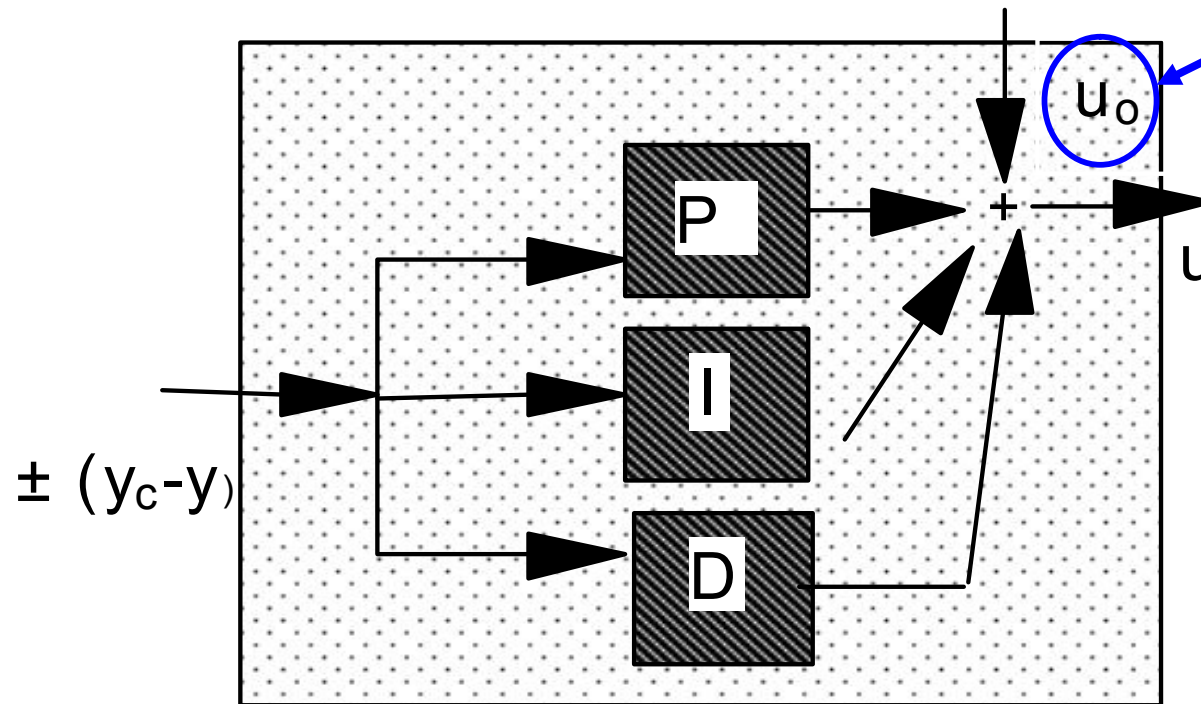
Il existe trois types d'algorithmes PID, le PID série, le PID parallèle et le PID mixte. Les termes série, parallèle et mixte traduisent l'organisation interne des modules de calcul du régulateur et caractérisent la loi de commande.

$P = K_R$: est l'action proportionnelle, sur la plupart des régulateurs, on règle la Bande Proportionnelle au lieu de régler le gain du régulateur : $BP(\%) = \frac{100}{K_R}$

$I = 1/T_i$ (min^{-1} en général) : est l'action intégrale

$D = T_d$ (s en général) : est l'action dérivée

- PID parallèle :



Valeur centrale : c'est la commande que l'on envoie à l'actionneur lorsque toutes les grandeurs physiques sont à leur valeur **nominale**. En particulier $y = y_c$ et les grandeurs perturbantes à leur valeur normale. C'est la **commande nominale**.

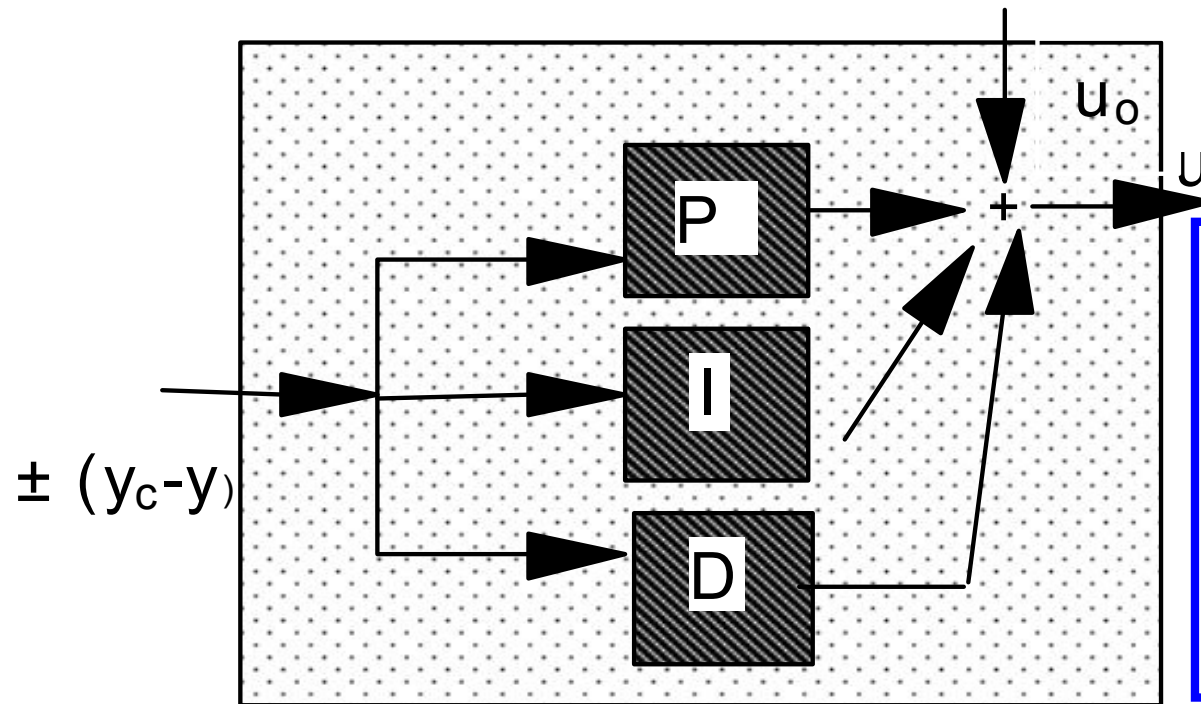
$$u = u_0 \pm \left\{ K_R \cdot (y_c - y) + \frac{1}{T_i} \int (y_c - y) \cdot dt + T_d \cdot \frac{d(y_c - y)}{dt} \right\}$$

$$e(t) = (y_c - y) \Rightarrow E(t) = Y_c(t) - Y(t)$$

$$U(t) = u - u_0$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_R + \frac{1}{T_i s} + T_d s$$

- PID parallèle :



Sens d'action : Détermine le sens d'évolution de la commande.

- **Direct** (-) : u augmente quand y passe au dessus de y_c
- **Inverse** (+) : u diminue quand y passe au dessous de y_c

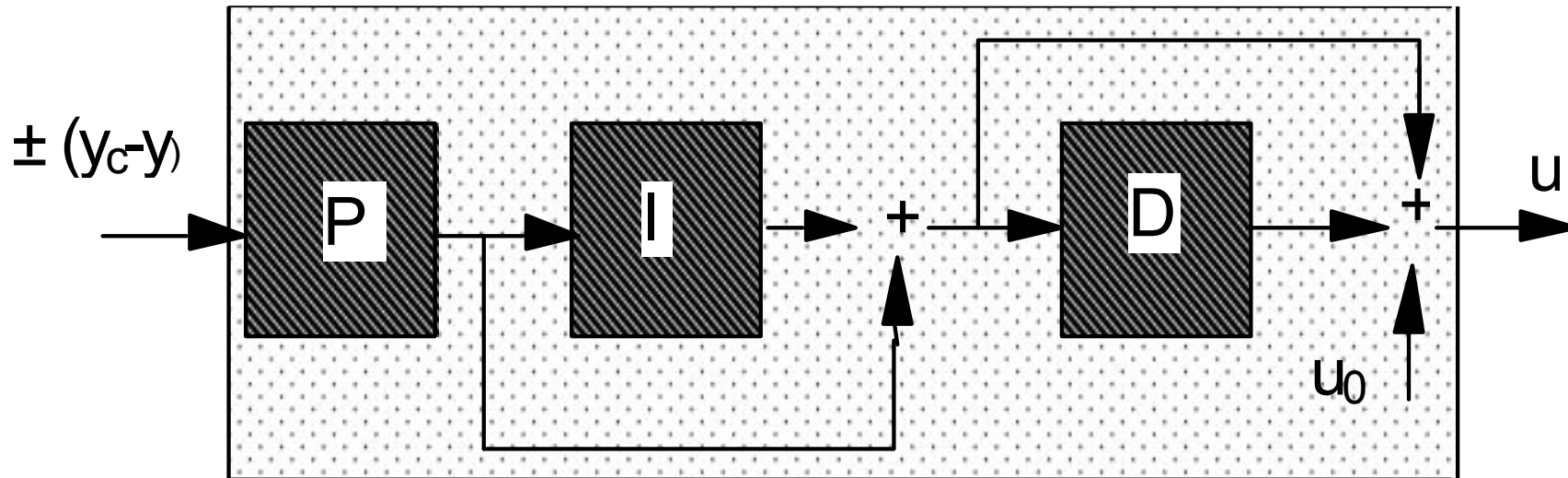
$$u = u_0 \pm \left\{ K_R \cdot (y_c - y) + \frac{1}{T_i} \int (y_c - y) \cdot dt + T_d \cdot \frac{d(y_c - y)}{dt} \right\}$$

$$e(t) = (y_c - y) \Rightarrow E(t) = Y_c(t) - Y(t)$$

$$U(t) = u - u_0$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_R + \frac{1}{T_i s} + T_d s$$

- PID série :



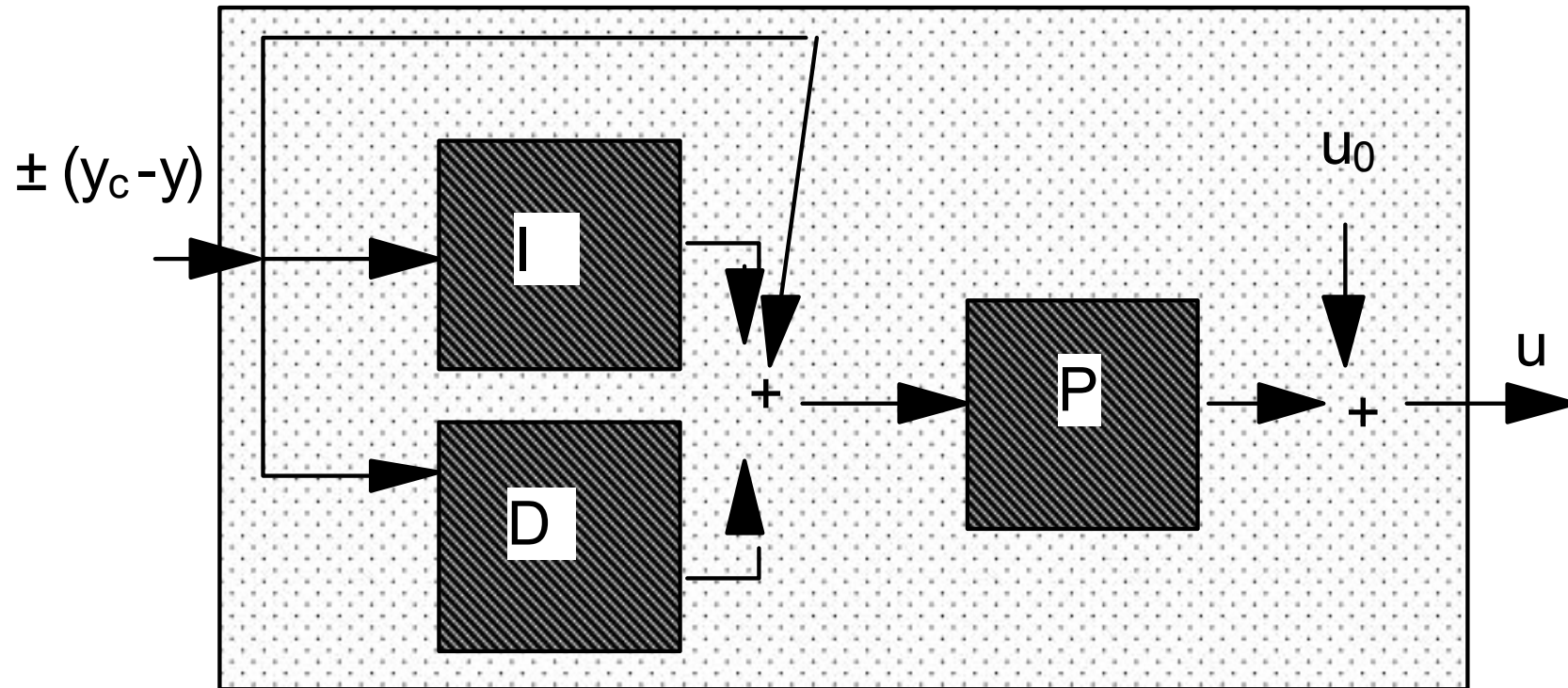
$$u = u_0 \pm \left\{ K_R \cdot \frac{(T_i + T_d)}{T_i} \cdot (y_c - y) + \frac{K_R}{T_i} \cdot \int y_c - y) \cdot dt + K_R \cdot T_d \cdot \frac{d(y_c - y)}{dt} \right\}$$

$$e(t) = (y_c - y) \Rightarrow E(t) = Y_c(t) - Y(t)$$

$$U(t) = u - u_0$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s)$$

- PID mixte :



$$u = u_0 \pm \left\{ K_R (y_c - y) + \frac{K_R}{T_i} \int (y_c - y).dt + K_R \cdot T_d \cdot \frac{d(y_c - y)}{dt} \right\}$$

$$e(t) = (y_c - y) \Rightarrow E(t) = Y_c(t) - Y(t)$$

$$\text{FT : } \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

En pratique l'action dérivée ($T_d \cdot s$) est irréalisable physiquement, on la remplace par :

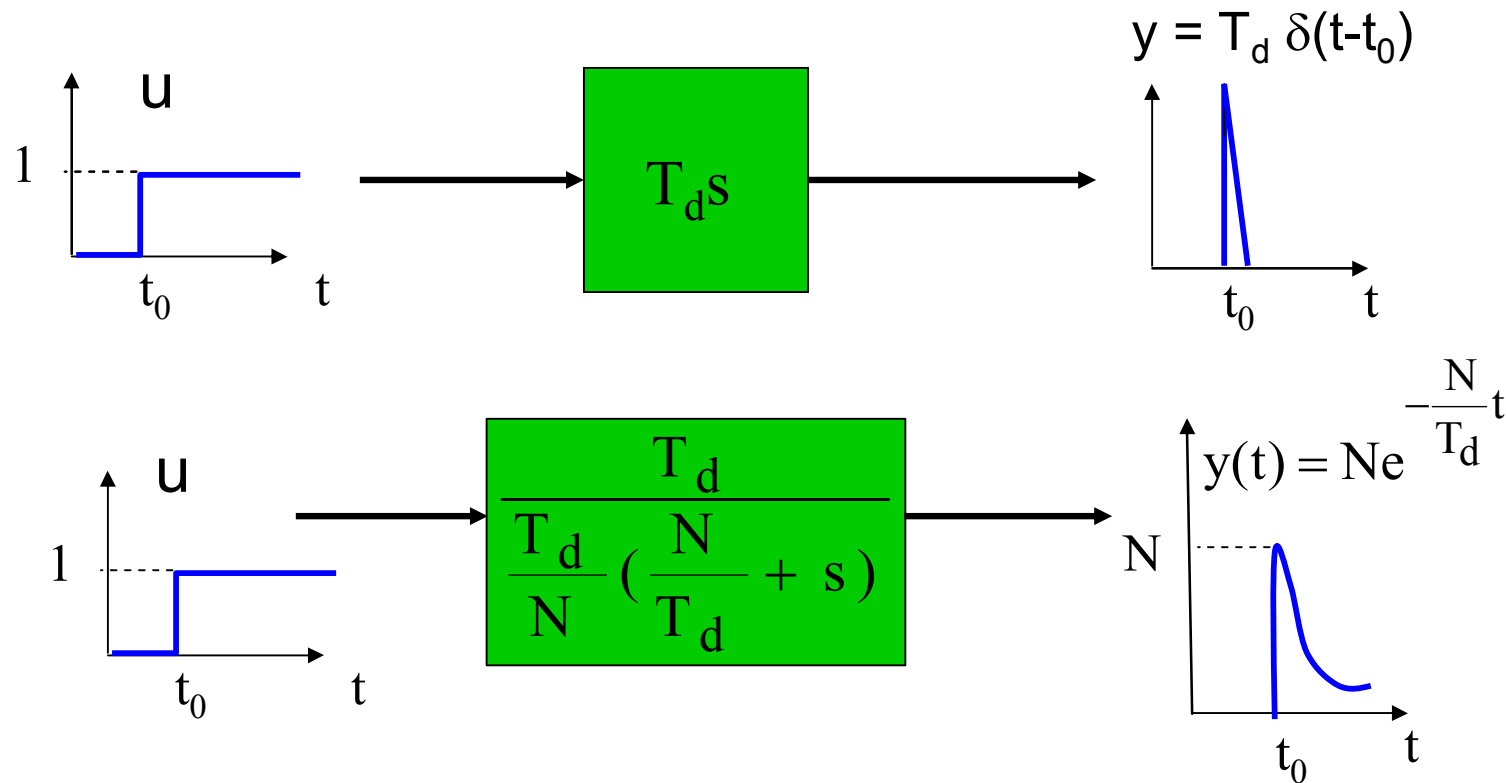
$$\frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s}$$

Où $\frac{1}{1 + \frac{T_d}{N} s}$ est un filtre d'ordre 1, il introduit un filtrage sur l'action dérivée (filtre passe-bas). Il n'affecte pas les performances du régulateur car $\frac{1}{N}$ est petit de l'ordre de 0.05 à 0.2 . Donc pour un régulateur PD série , nous

aurons :

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right)$$

Le réglage de la constante de filtrage T_d/N permet d'amortir et de limiter la sortie du régulateur (voir figure). Le coefficient N correspond au gain du module dérivé filtrée. En d'autres termes, le bruit de mesure ou le changement de consigne sont amplifiés au plus par un coefficient N .



4.1.2 Sens d'action

Soit un régulateur proportionnel (P) : $u = u_0 \pm K_R (y_c - y)$

-Ce régulateur est à action directe si la mesure et la commande varient dans le même sens soit :

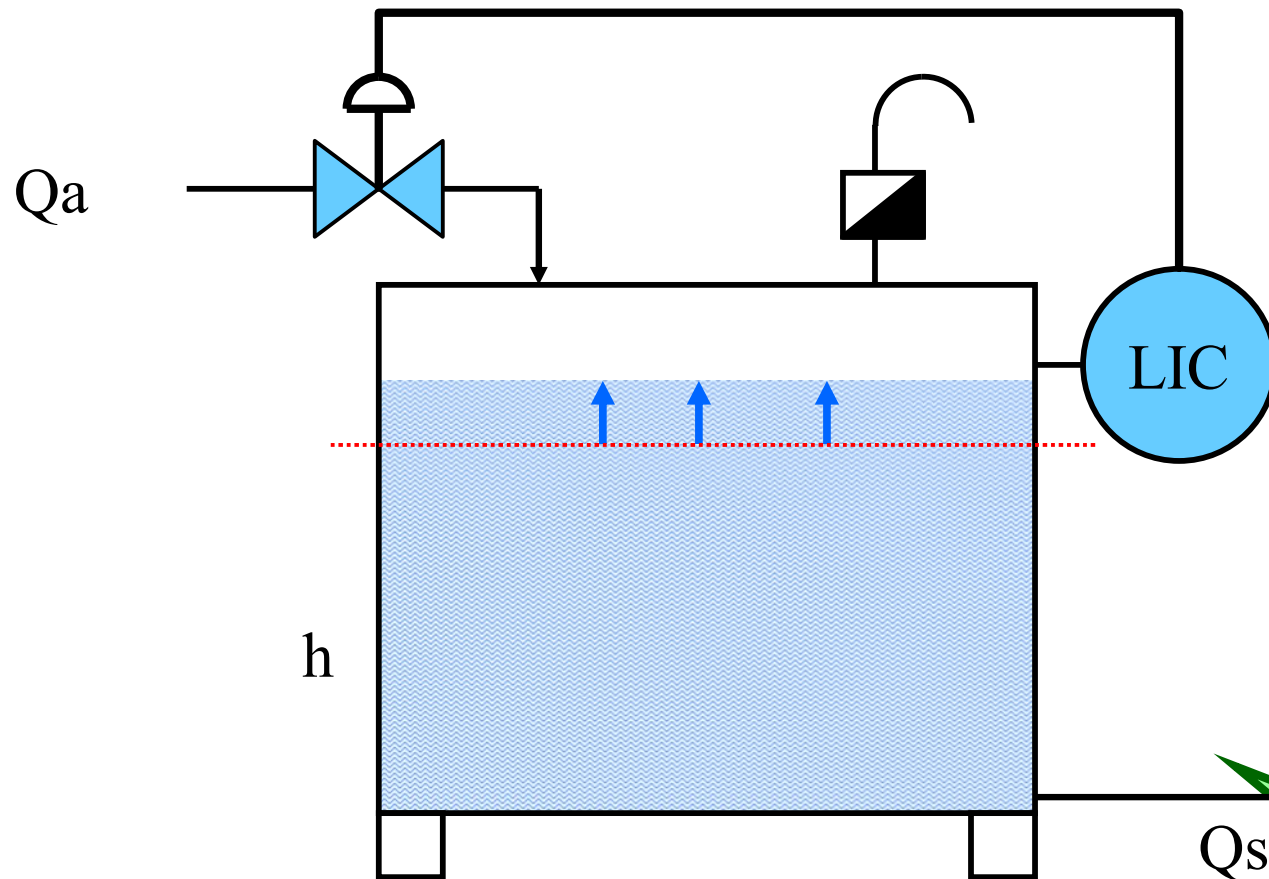
$$u = u_0 - K_R (y_c - y) = u_0 + K_R (y - y_c)$$

-Ce régulateur est à action inverse si la mesure et la commande varient en sens inverse soit :

$$u = u_0 + K_R (y_c - y) = u_0 - K_R (y - y_c)$$

Si la vanne est FPMA ou NF

Action Proportionnelle seule



$$u = u_0 \pm K_R \times (y - y_c)$$

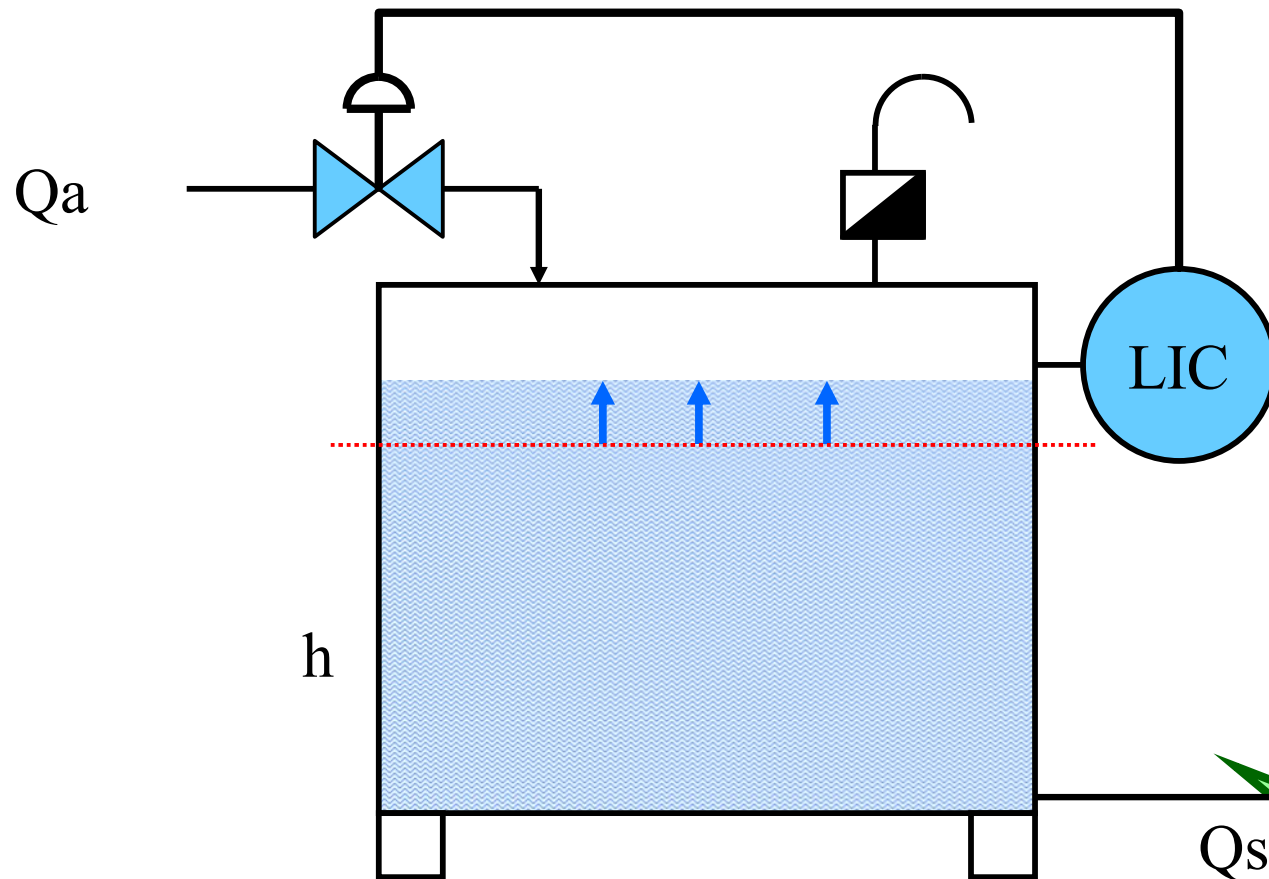
Le sens doit être **Inverse** - pour que le niveau revienne à sa valeur initiale

Qs diminue
Niveau monte

Exemple de réglage du sens d'action

Si la vanne est OPMA ou NO

Action Proportionnelle seule



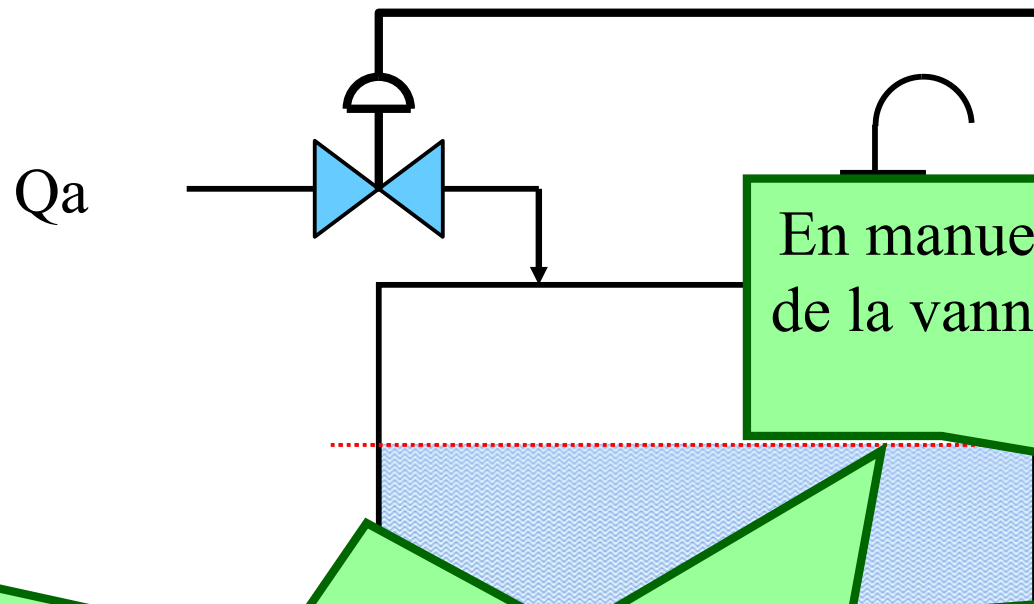
$$u = u_0 \pm K_R \times (y - y_c)$$

Le sens doit être **directe +** pour que le niveau revienne à sa valeur initiale

Qs diminue
Niveau monte

Exemple de réglage du sens d'action

$$u = u_0 \pm K_R \times (y_c - y)$$

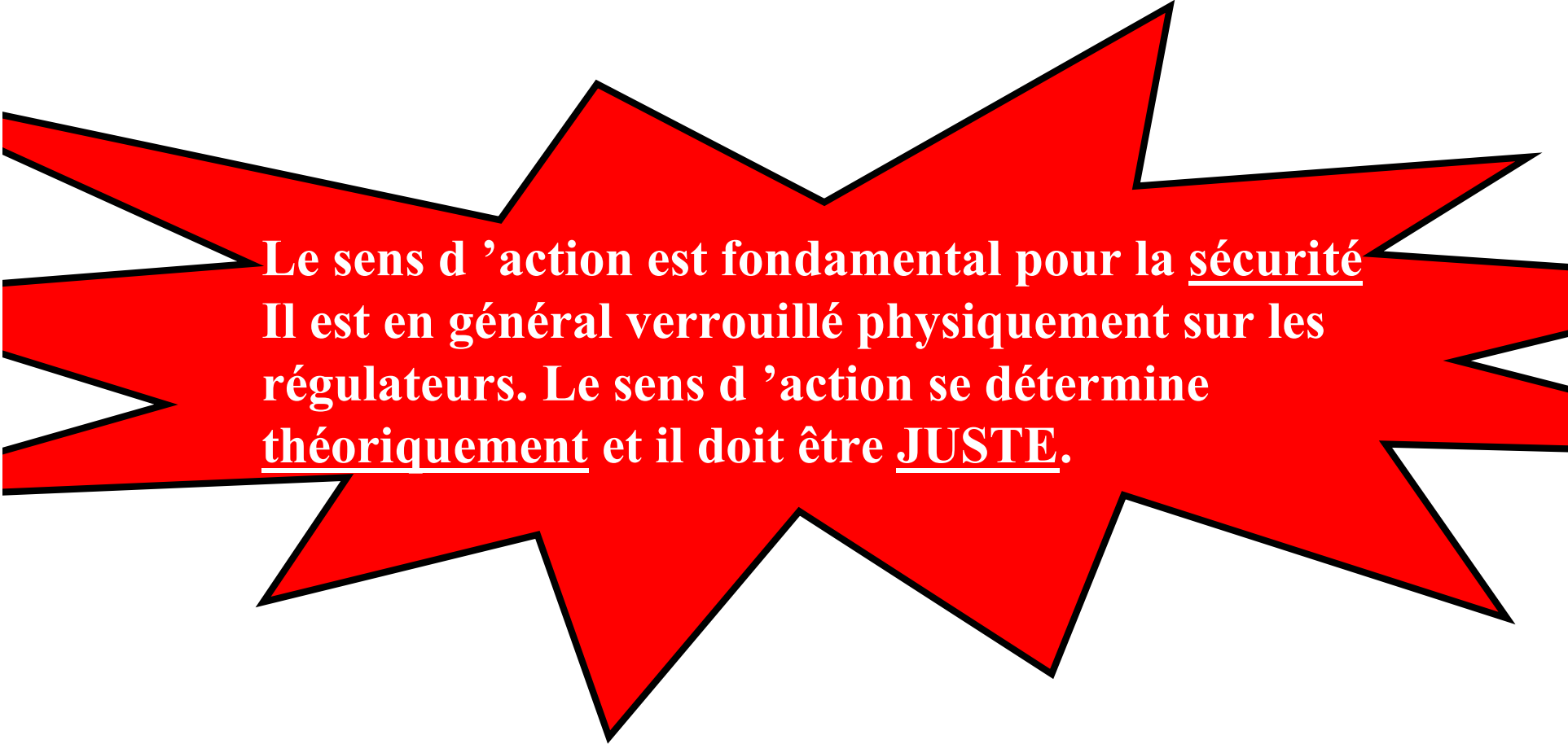


En manuel, l'opérateur règle la commande de la vanne pour que le niveau se stabilise à la consigne.

Quand le niveau est **stable** à sa valeur **nominale**, alors la commande envoyée à la vanne est la **valeur centrale**.

On fige Q_s à sa valeur nominale

Exemple de réglage de la valeur centrale



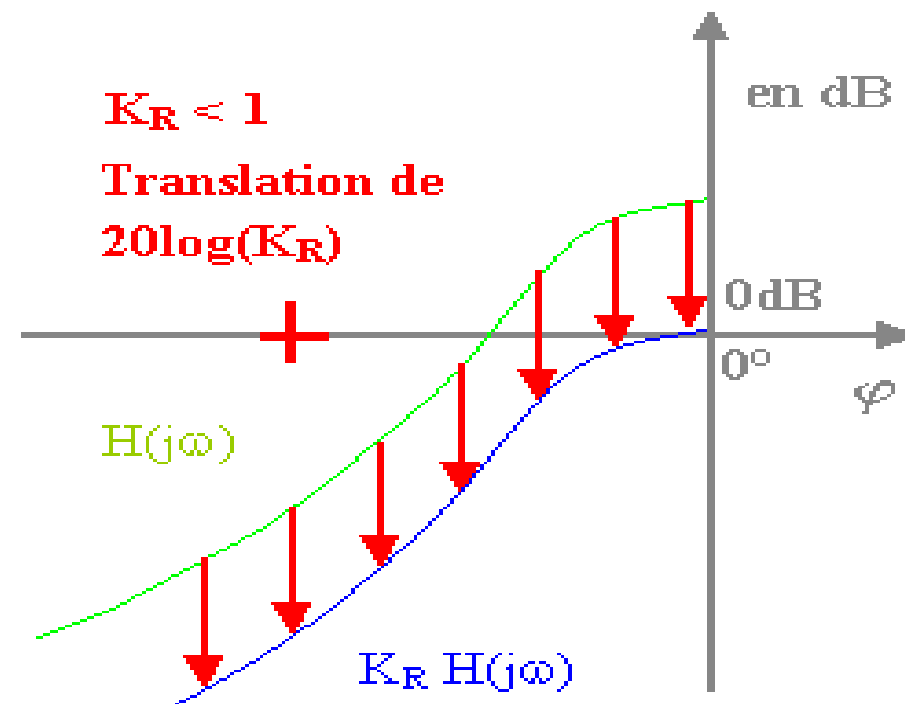
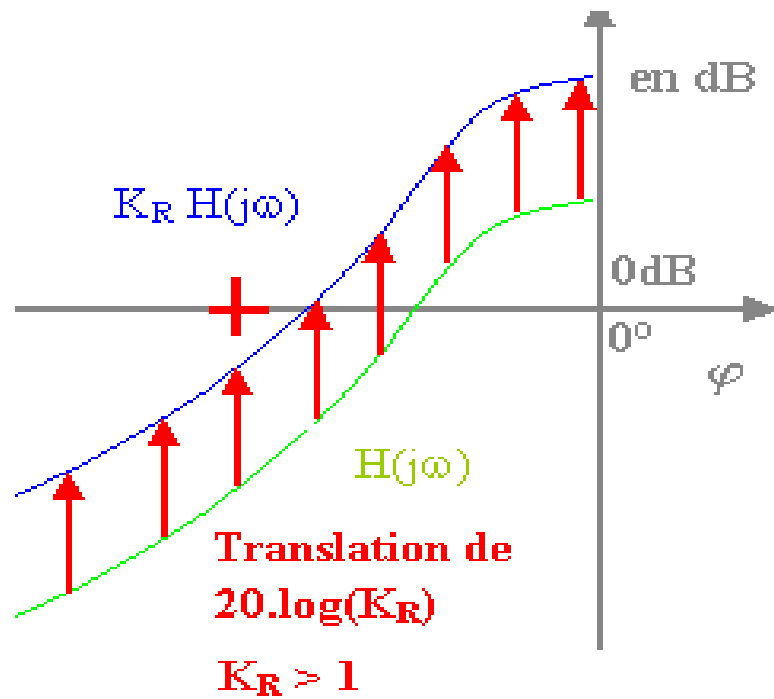
**Le sens d 'action est fondamental pour la sécurité
Il est en général verrouillé physiquement sur les
régulateurs. Le sens d 'action se détermine
théoriquement et il doit être JUSTE.**

4.1.3 Avantages et inconvénients des actions P , I et D

Avantages et limites de l'action proportionnelle

En augmentant le gain K_R cela provoque l'augmentation du gain K de la FTBO car $FTBO(s) = H_R(s).H(s) = K_R H(s)$ et on obtient:

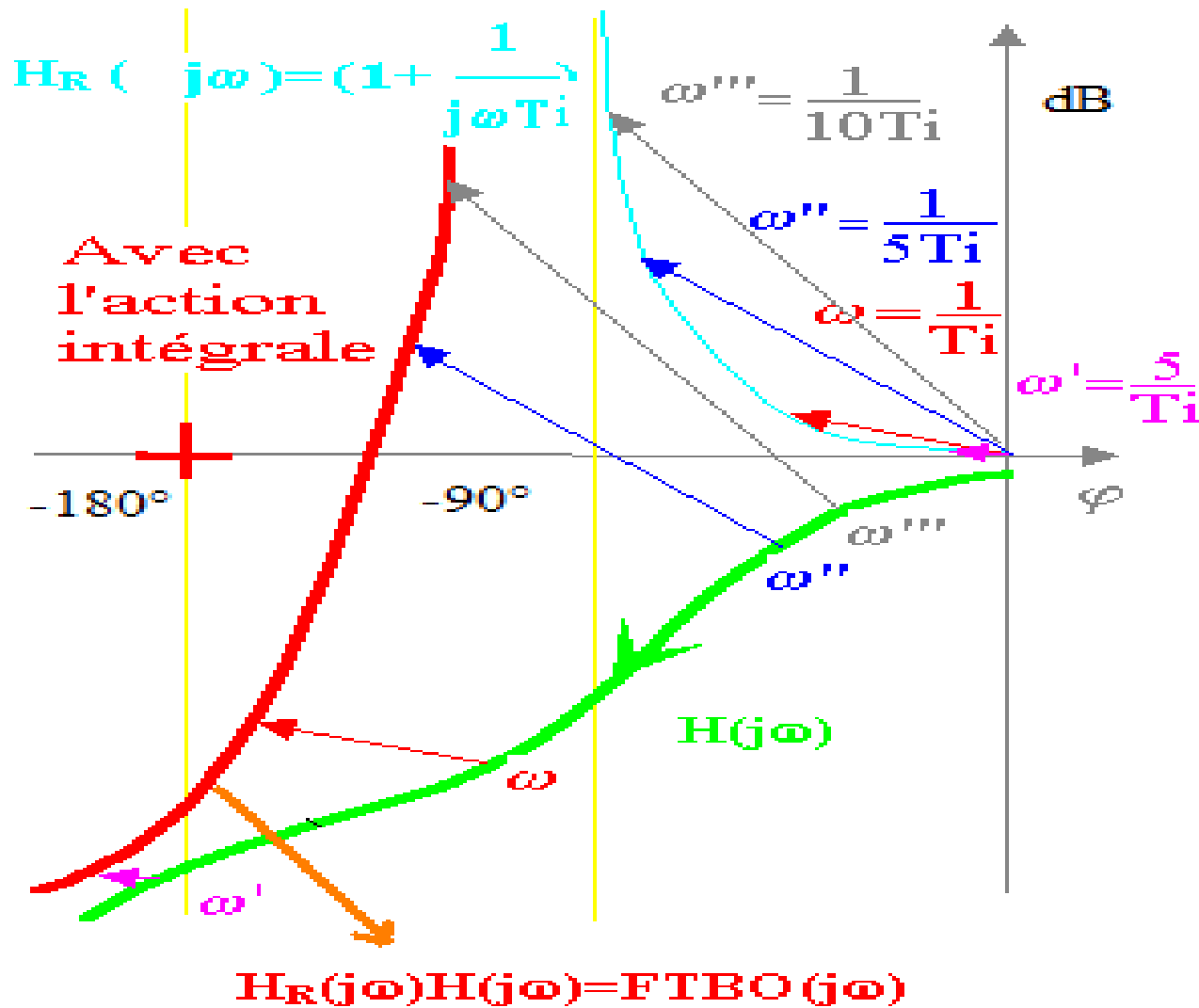
- un système plus précis (l'écart statique ε diminue) ;
- un système plus rapide (augmentation de la bande passante)
- système moins stable : en effet par augmentation du gain de la FTBO, cela entraîne un gonflement du Digramme de Niquist et une translation vers le haut du Digramme de Black (Figure). On s'approchera du point critique donc on obtient moins de stabilité.



Avantages et inconvénients de l'action intégrale

L'action intégrale permet de ramener la mesure à sa valeur de consigne et donc de supprimer l'écart résiduel ou l'erreur statique. L'inconvénient de cette action est qu'elle est nuisible vis-à-vis de la marge de phase. En effet, le déphasage introduit par le correcteur PI (série) par exemple est qui tendra vers -90° lorsque T_i est petit. Ce déphasage supplémentaire diminuera la marge de phase M_φ et donc le point A1 sera proche du point critique $(-1,0)$ et ceci diminuera la stabilité du système en BF.

Pour limiter au maximum cet inconvénient on fixe une marge de phase égale à 45° , mais la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO(s)= $H_R(s).H(s)$ corrigé, se trouve diminuée ce qui rendra le système en BF moins rapide. Dans le plan de Balck (Figure), on constate une montée de tous les points et déplacement à gauche (plus important pour les faibles fréquences) ce qui implique une diminution de la robustesse (diminution de la marge de phase et de la marge de gain).



Déplacement de $H(s)$ F.T d'un système par l'action intégrale (PI avec $K_R=1$) dans le plan de Black.

Avantages et inconvénients de l'action dérivée

L'action dérivée constitue un accélérateur de correction. Contrairement à l'action intégrale, le déphasage introduit

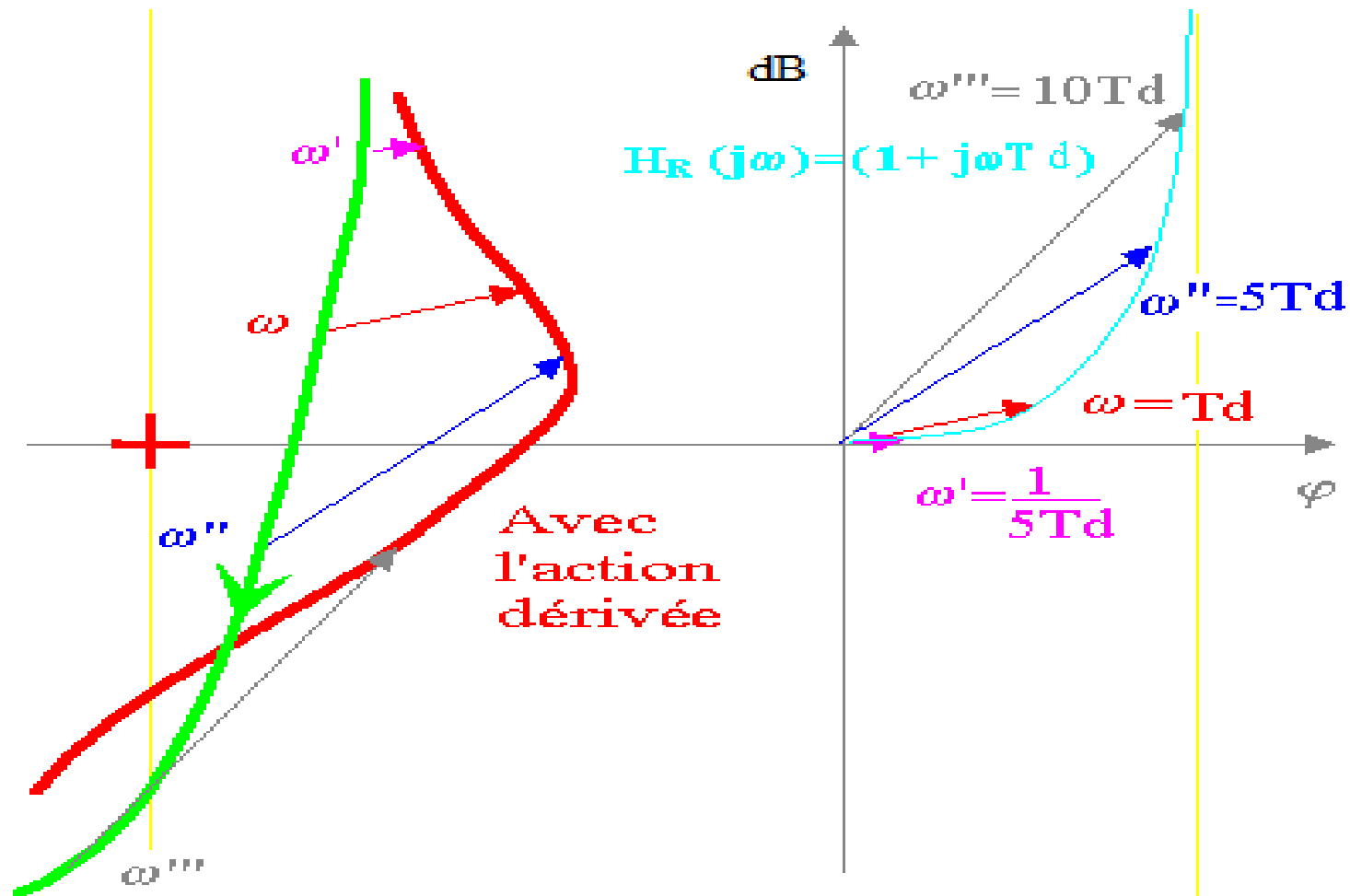
par l'action dérivée seule :

$$1 + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \approx 1 + T_d s$$

est $\varphi \approx \text{Arc tan } g(\omega T_d)$ qui varie de 0° à $+90^\circ$ quand ω varie de 0 à ∞ donc toujours positif. Ce déphasage supplémentaire et positif est favorable pour augmenter la marge de phase M_φ et donc de s'éloigner suffisamment du point critique $(-1,0)$ dans le plan de Nyquist .

Cet avantage permet aussi d'obtenir une pulsation de coupure à 0dB de la $FTBO(s)=H_R(s).H(s)$ corrigé plus grande que celle la FTBO non corrigé et donc d'augmentation la bande passante et par suite la rapidité du système en BF .

L'inconvénient de l'action dérivée et que le terme $1 + T_d s$ présente un gain en dB à haute fréquence $10 \log(1 + (T_d \omega)^2)$ très important donc tous les bruits parasites émis à hautes fréquences et qui accompagnent souvent le signal de mesure, seraient très largement amplifiés



D\u00e9placement de $H(s)$ F.T d'un syst\u00e8me par l'action l'action d\u00e9riv\u00e9e (PD avec $K_R=1$) dans le plan de Black.

Dans le plan de Black (Figure) on note :

- Montée de tous les points donc diminution de la robustesse (diminution de la marge de gain).
- Déplacement à droite plus important pour les fortes fréquences donc augmentation de la robustesse (augmentation de la marge de phase).

Ces deux effets contraires au niveau de la stabilité impliquent un choix judicieux du temps d'action dérivée.

4.2 Méthodes de réglage expérimentales

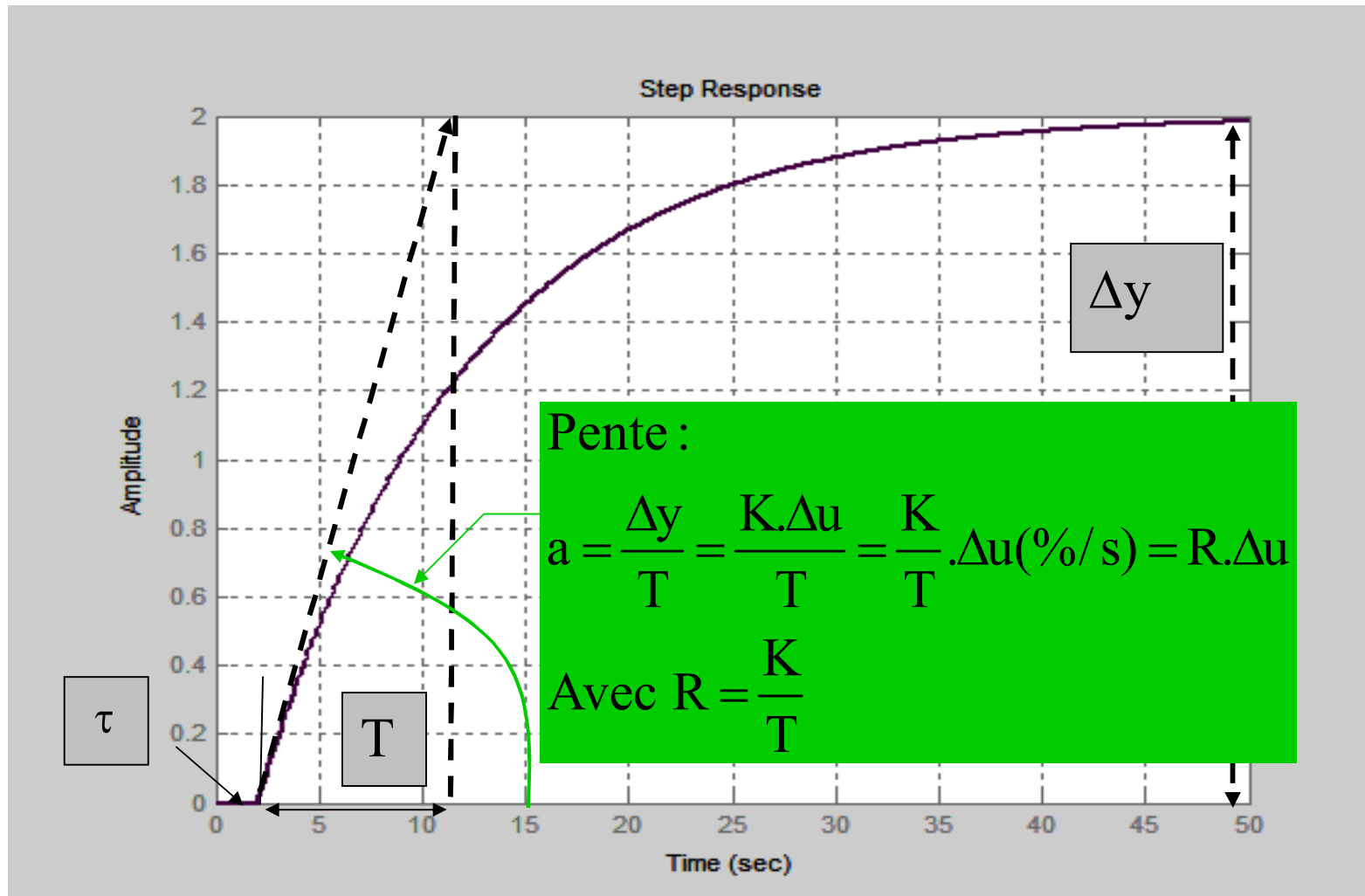
4.2.1 Méthodes en boucle ouverte

Approximation de Ziegler-Nichols

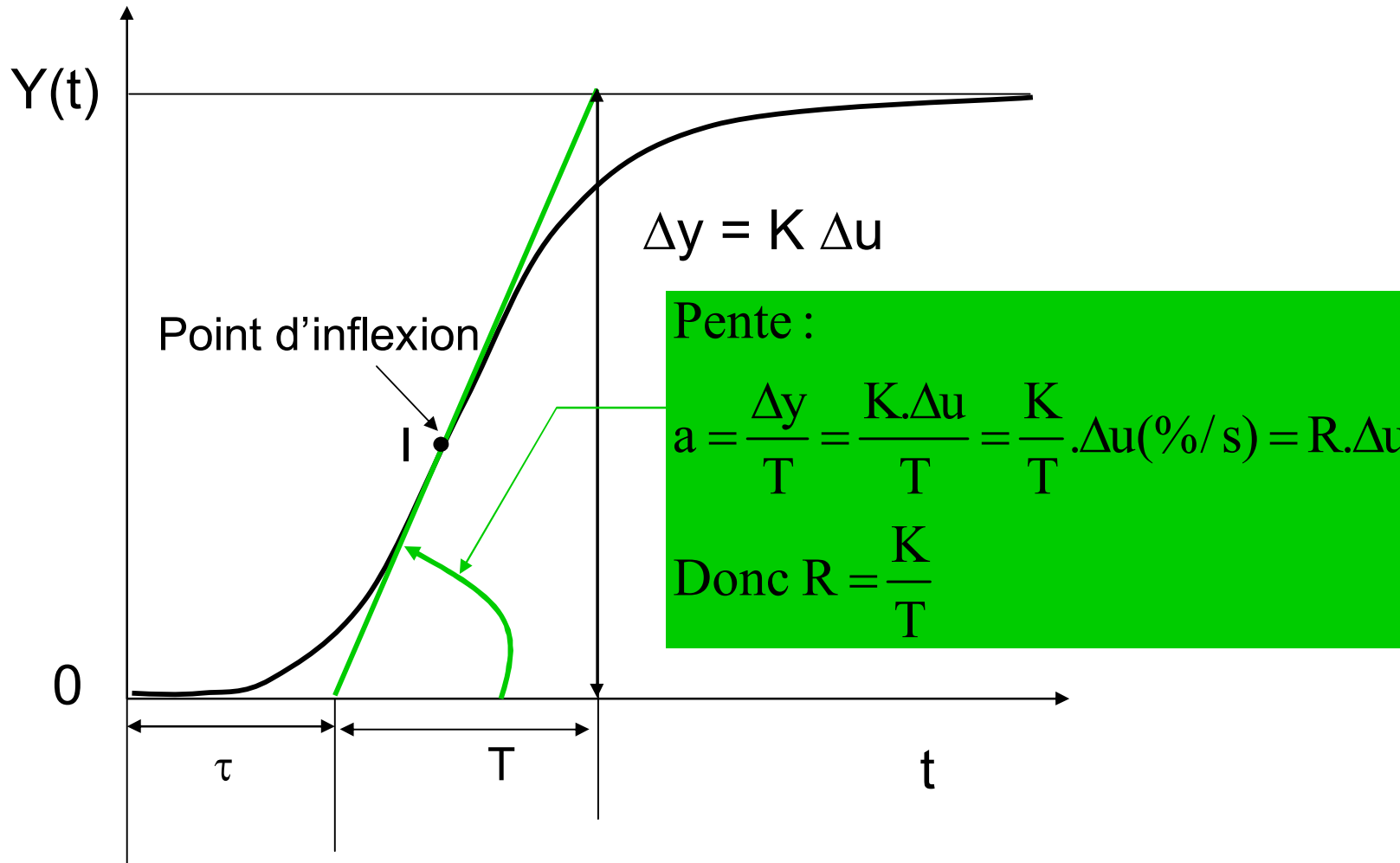
C'est la méthode la plus ancienne (1942). Elle a pour objet la détermination du réglage d'un régulateur PID à partir de la réponse à un échelon du procédé. Les paramètres du régulateur ont été déterminés de manière à minimiser le critère de qualité IAE. Soit $J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$ avec $e(t) = y_c(t) - y(t)$. L'idée consiste à approximer la réponse du procédé à un échelon unitaire, que l'on suppose apériodique, par un

modèle très simple de FT réglante : $H(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$

On dispose de la réponse $Y(t)$ (variation de la sortie) suite à un échelon d'entrée $U(t)=\Delta u$. Sans point d'inflexion.



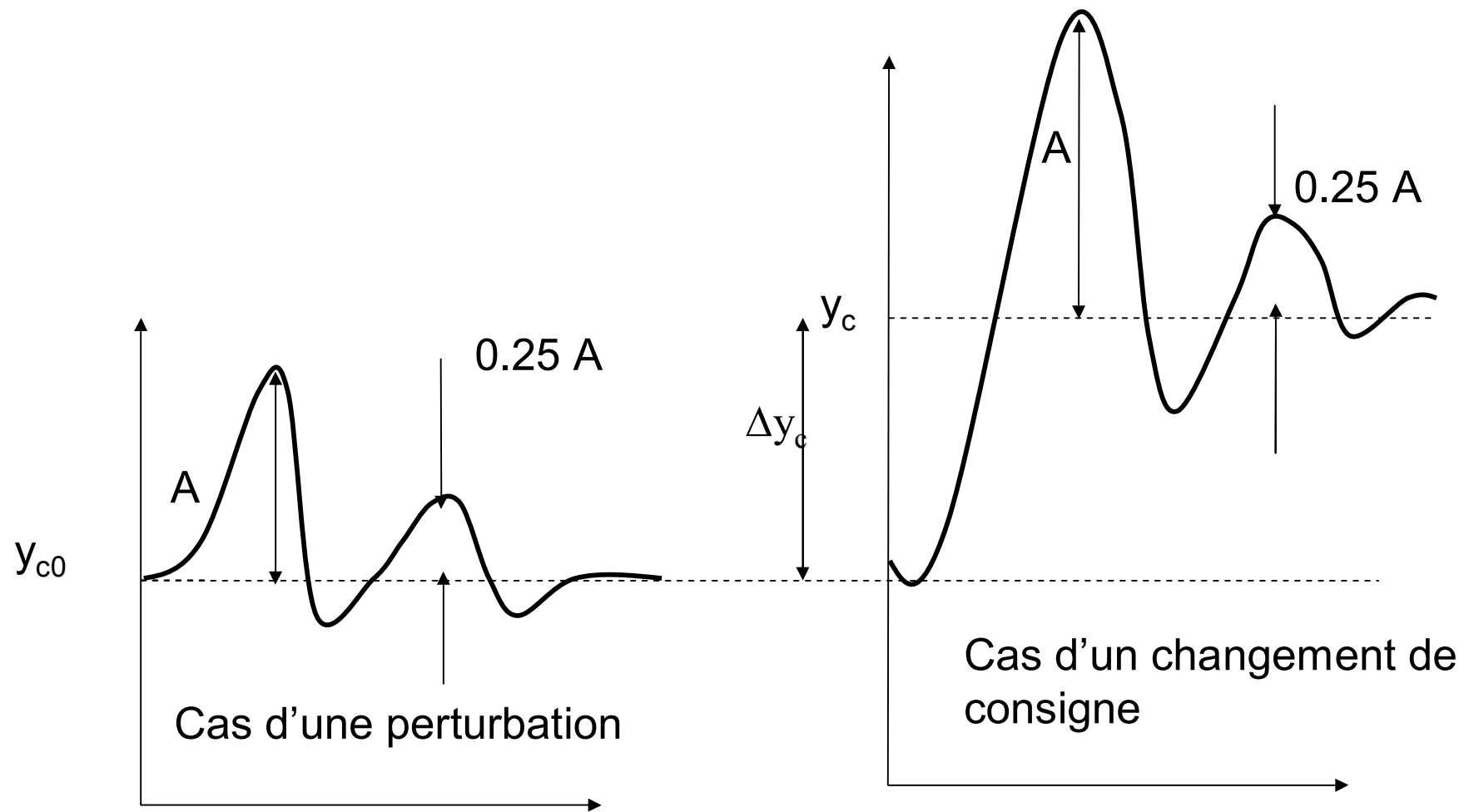
On dispose de la réponse $Y(t)$ (variation de la sortie) suite à un échelon d'entrée $U(t)=\Delta u$. Avec point d'inflexion.



Les valeurs des paramètres sont données sur le tableau ci-dessous. Le PID proposé est un PID mixte.

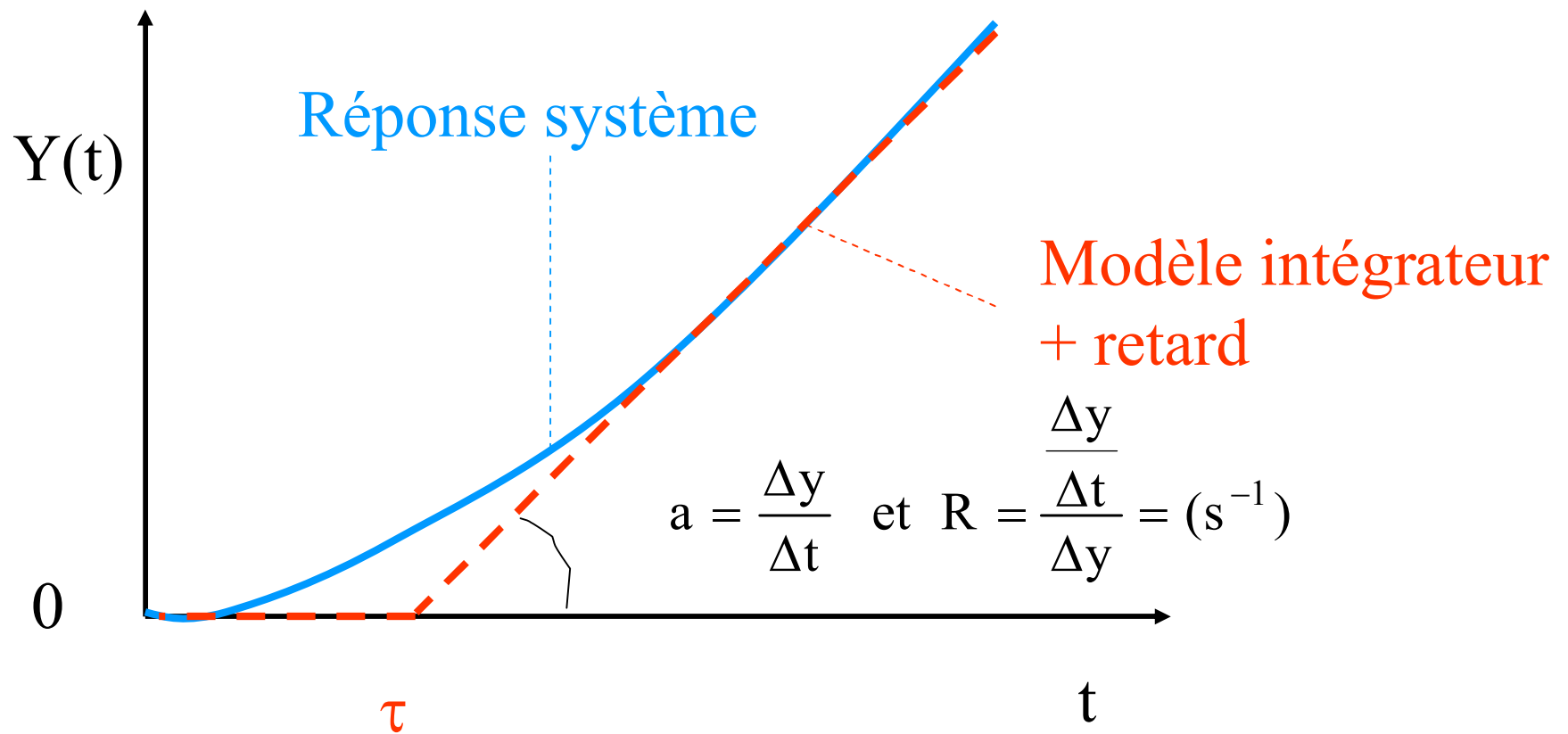
Ce réglage permet d'obtenir une réponse en BF satisfaisante caractérisé par un rapport entre deux dépassements (positifs) et successives de 0.25 .

Type de régulateur	Gain K_R	T_i	T_d
Proportionnel P	$\frac{1}{R \cdot \tau}$		
PI	$\frac{0.9}{R \cdot \tau}$	3.3τ	
PID	$\frac{1.27}{R \cdot \tau}$	$2 \cdot \tau$	0.5τ



Critère de performance pour Ziegler-Nichols

Cette approche est aussi valable pour un processus intégrateur. Le modèle recherché est de la forme : $H(s) = \frac{R e^{-\tau s}}{s}$



Courbes réelle approchée par un intégrateur retardé

Cette approche est intéressante et facile à mettre en œuvre : une simple réponse indicielle suffit, le calcul des paramètres est aisé et ne nécessite pas de tâtonnements.

Exemple (échangeur de chaleur):

$$H(s) = 0.8 \frac{e^{-7.2s}}{1 + 54.3s} \longrightarrow R = \frac{K}{T} = \frac{0.8}{54.3} (s^{-1})$$

Le réglage sera :

Type de régulateur	Gain K_R	T_i	T_d
Proportionnel P	$\frac{1}{0.8} \frac{54.3}{7.2} = 9.4$		
PI	$\frac{0.9}{0.8} \frac{54.3}{7.2} = 8.5$	$3.3 \cdot (7.2) = 24s$	
PID	$\frac{1.2}{0.8} \frac{54.3}{7.2} = 11$	$2 \cdot (7.2) = 14s$	$0.5 \cdot (7.2) = 3.6s$

Méthode de Chien – Hrones - Reswick

Les essais s'effectuent en BO, mais les auteurs distinguent le cas où le système travaille en régulation ou en poursuite.

Le tableau suivant donne le réglage proposé pour une réponse en BF à amortissement $\zeta = 0.7$ (temps de réponse minimum). Le PID proposé est un PID mixte, le plus utilisé.

Régulateur	régulation	Poursuite
P	$K_R = \frac{0.3}{R.\tau}$	$K_R = \frac{0.3}{R.\tau}$
PI	$K_R = \frac{0.6}{R.\tau} ; T_i = 4\tau$	$K_R = \frac{0.35}{R.\tau} ; T_i = 1.2 T$
PID	$K_R = \frac{0.95}{R.\tau} ; T_i = 2,4\tau ; T_d = 0,4\tau$	$K_R = \frac{0.6}{R.\tau} ; T_i = T ; T_d = 0,5\tau$

4.2.2 Méthodes en boucle fermée

Dans un certain nombre de cas, il est impossible de laisser le procédé évoluer en BO. Pour ces systèmes, il est impossible de déterminer le modèle en BO du système. On est amené à régler le régulateur en BF.

Réglage par essai - erreur

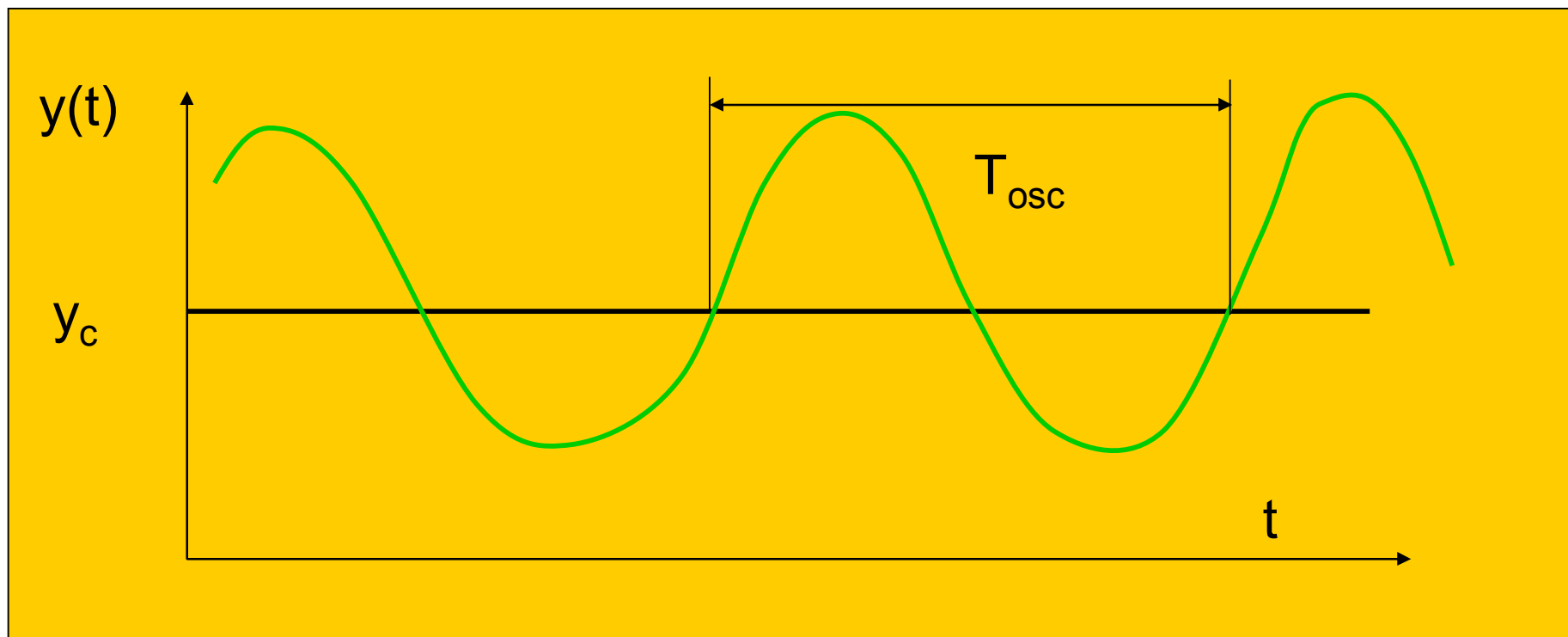
Le réglage en ligne peut se faire de façon empirique en utilisant une procédure qu'on peut résumer ainsi :

- 1- Le système est en régime nominal (consigne=mesure), Mettre le régulateur en mode manuel.
- 2 - Enlever l'action intégrale et dérivée (mettre T_i au maximum $T_d = 0$).
- 3 - Mettre le gain à une faible valeur.

- 4 - Mettre le régulateur en mode automatique.
- 5 - Faire une petite variation de consigne et observer la réponse de la variable contrôlée. Comme le gain est petit, la réponse sera très amortie.
- 6 - Doubler le gain et refaire une variation de consigne. Continuer ainsi de suite jusqu'à ce que la réponse devienne oscillante. Cette valeur du gain est notée K_{RC} .
- 7 - Mettre le gain $K_{RC}/2$.
- 8 - Faire la même opération en réduisant T_i par un facteur de 2, jusqu'à obtenir une réponse oscillante pour une petite variation de consigne.
- 9 - Mettre T_i au double de cette valeur.
- 10- Procéder de même pour la constante de dérivée : augmenter T_d jusqu' à obtenir une réponse oscillante, puis mettre T_d à $1/3$ de cette valeur.

Approximation de Ziegler et Nichols

Lorsqu'il n'est pas possible d'étudier le système en boucle ouverte, on réalise un essai de pompage. Pour cela, on fait $T_i = \infty$; $T_d = 0$ et on augmente K_R jusqu'à sa valeur critique K_{RC} , qui a amené le système en limite de stabilité (comme la méthode précédente). On mesure la période des oscillations T_{osc} .



Ziegler et Nichols proposent alors les valeurs de réglage du tableau suivant :

	P	PI	PI parallèle	PID série	PID parallèle	PID mixte
K_{RC}	$\frac{K_{RC}}{2}$	$\frac{K_{RC}}{2.2}$	$\frac{K_{RC}}{2.2}$	$\frac{K_{RC}}{3.3}$	$\frac{K_{RC}}{1.7}$	$\frac{K_{RC}}{1.7}$
T_i	T_i maxi ou annulée	$\frac{T_{osc}}{1.2}$	$\frac{2 \cdot T_{osc}}{K_{RC}}$	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{0.85 T_{osc}}{K_{RC}}$	$\frac{T_{osc}}{2}$
T_d	0	0	0	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{K_{RC} T_{osc}}{13.3}$	$\frac{T_{osc}}{8}$

Exemple : Pour le même procédé que précédemment c'est-à-dire l'échangeur de chaleur, nous avons trouvé $K_{RC} = 23.8$ et $T_{osc} = 28.7s$. D'où le réglage pour un régulateur **mixte** :

Type de régulateur	Gain K_R	T_i	T_d
Proportionnel P	$\frac{23.8}{2} = 12$		
PI	$\frac{23.8}{2.2} = 11$	$0.83.(28.7) = 24s$	
PID (mixte)	$\frac{23.8}{1.7} = 14$	$\frac{28.7}{2} = 14$	$\frac{28.7}{8} = 3.6$

4.3 Réglage dans le domaine fréquentielle

L'idée de base est de régler les paramètres du régulateur qui vont assurer une stabilité suffisante au système asservi ou régulé. En imposant, dans le domaine fréquentiel, une marge de gain ou une marge de phase du système asservi, l'allure de la réponse temporelle se trouve également définie.

Pour cela il faut disposer de la FT réglante $H(s)$ puis fixer l'expression de celle du correcteur ou régulateur $H_R(s)$. Donc dispose en fin de la $FTBO(s)=H_R(s).H(s)$. Le calcul des paramètres du régulateur (de $H_R(s)$) peut alors se faire soit par calcul soit graphiquement .

4.3.1 Choix de l'algorithme de contrôle ou loi de commande

On considère un régulateur PID de structure série et les deux modèles de Broïda (système stable) et intégrateur (système instable) , modèles les plus utilisés industriellement :

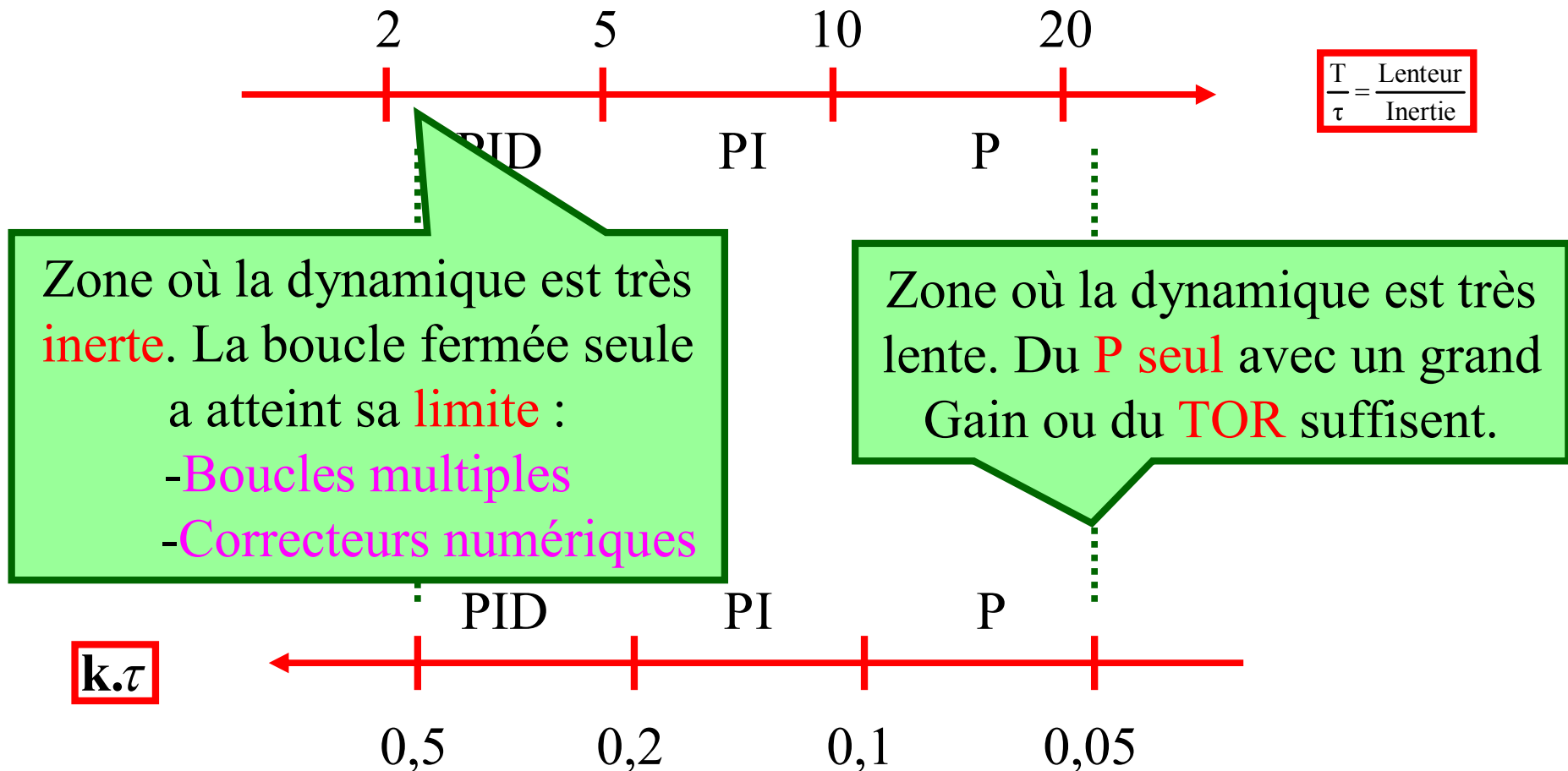
$$H_1(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

,

$$H_2(s) = \frac{k e^{-\tau s}}{s}$$

En fonction des constantes de la fonction de transfert du procédé , l'échelle de choix de type de régulation à mettre en place est présenté ci-joint :

Stable à réponse proportionnelle :



Instable à réponse intégrale :

4.3.2 Détermination algébrique du réglage

On définit une marge de gain ou une marge de phase, et par conséquent un coefficient d'amortissement ζ pour la chaîne fermée si on l'assimile à celle d'un second ordre (Pôles dominants). Si on fixe une marge de gain M_g , on écrit deux équations :

$$|FTBO(j\omega_\pi)|_{dB} = -M_g \text{ ou } |FTBO(j\omega_\pi)| = 10^{(-M_g/20)}$$

$$\text{et } \text{Arg}(FTBO(j\omega_\pi)) = -180^\circ$$

Si on fixe une marge de phase M_ϕ , on écrit deux équations :

$$|FTBO(j\omega_1)|_{dB} = 0 \text{ ou } |FTBO(j\omega_1)| = 1$$

$$\text{et } \text{Arg}(FTBO(j\omega_1)) = M_\phi - 180^\circ.$$

Réglage de Broïda

Le critère fixe une marge de gain $Mg = 6\text{dB}$ soit $|FTBO(j\omega_\pi)| = 10^{(-6/20)} = 0.5$. Le régulateur employé est de structure série :

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + T_d s)$$

Supposons par exemple que le rapport $\frac{T}{\tau}$ nous a conduit à choisir l'algorithme PI. Soit :

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

La FT réglante est :

$$H(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

D'où :

$$\text{FTBO}(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts} K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

soit :

$$\text{FTBO}(s) = KK_R \frac{(1 + T_i s)}{T_i s} \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

Et donc :

$$|\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)| = KK_R \frac{\sqrt{(1 + T_i^2 \omega_\pi^2)}}{T_i \omega_\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + T^2 \omega_\pi^2)}} = 0.5$$

$$\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)) = -\frac{\pi}{2} + \arctan(T_i \omega_\pi) - \arctan(T \omega_\pi) - \tau \omega_\pi = -\pi$$

Comme il y'a trois inconnues K_R , T_i et ω_π pour deux équations, on choisit de régler $T_i=T$ afin de compenser le pôle de la fonction de transfert réglante et bien sûr de supprimer une inconnue. Les équations deviennent :

$$|\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)| = \frac{KK_R}{T\omega_\pi} = 0.5$$

$$\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)) = -\frac{\pi}{2} - \tau\omega_\pi = -\pi$$

On obtient :

$$K_R = \frac{\pi}{4} \frac{1}{K} \frac{T}{\tau}$$

$$\omega_\pi = \frac{\pi}{2\tau}$$

Le réglage PI de Broïda est donc :

$$K_R = \frac{0.78 T}{K \tau}$$

$$T_i = T$$

Supposons par exemple que le rapport
conduit à choisir l'algorithme PID. Soit :

$$\frac{T}{\tau}$$

nous a

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

La FT réglante est :

$$H(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

D'où :

$$\text{FTBO}(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts} K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + T_d s)$$

soit :

$$\text{FTBO}(s) = K K_R \frac{(1 + T_i s) (1 + T_d s) e^{-\tau s}}{T_i s (1 + Ts)}$$

Et donc :

$$|\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)| = K K_R \frac{\sqrt{(1 + T_i^2 \omega_\pi^2)}}{T_i \omega_\pi} \frac{\sqrt{(1 + T_d^2 \omega_\pi^2)}}{\sqrt{(1 + T^2 \omega_\pi^2)}} = 0.5$$

$$\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)) = -\frac{\pi}{2} + \arctan(T_i \omega_\pi) + \arctan(T_d \omega_\pi)$$

$$- \arctan(T \omega_\pi) - \tau \omega_\pi = -\pi$$

Comme il y'a 4 inconnues K_R , T_i , T_d et ω_π pour deux équations , la méthode choisit de régler $T_i = T$ afin de compenser le pôle de la fonction de transfert réglante puis elle préconise que l'action dérivée entraîne une avance de phase de $\pi/4$ pour la pulsation ω_π , soit $\text{Arctan}(T_d \omega_\pi) = \pi/4 \Rightarrow T_d \omega_\pi = 1$

Les équations deviennent alors :

$$|\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)| = \frac{KK_R \sqrt{(1 + T_d^2 \omega_\pi^2)}}{T\omega_\pi} = 0.5$$

$$\text{Arg}(\text{FTBO}(j\omega = \omega_\pi)) = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \tau\omega_\pi = -\pi$$

On obtient :

$$K_R = \frac{0.5 \cdot 3 \cdot \pi}{4 \sqrt{2}} \frac{1}{K} \frac{T}{\tau}; T_d = \frac{4 \tau}{3 \pi}$$

$$\omega_\pi = \frac{3 \pi}{4 \tau}$$

Le réglage PID série de Broïda est donc :

$$K_R = \frac{0.83}{K} \frac{T}{\tau}; T_i = T$$

$$T_d = 0.42 \tau$$

Remarque :

En pratique on règle une valeur T_d légèrement plus petite que 0.42τ

Les tableaux suivants donne les différents réglages de Broïda pour les autres structures de régulateur et pour les deux types de procédés stable et instable.

Stable à réponse proportionnelle :

	P	PI		PID		
	Série Mixte Paral.	Série Mixte	Paral.	Série	Paral.	Mixte
K_R	$\frac{0.78.T}{K.\tau}$	$\frac{0.78.T}{K.\tau}$	$\frac{0.78.T}{K.\tau}$	$\frac{0.83.T}{K.\tau}$	$\frac{0.4 + \frac{T}{\tau}}{1.2.K}$	$\frac{0.4 + \frac{T}{\tau}}{1.2.K}$
T_i		T	$\frac{K.\tau}{0.78}$	T	$\frac{K.\tau}{0.75}$	$T + 0,4\tau$
T_d				$0,4.\tau$	$\frac{0,35T}{K}$	$\frac{T.\tau}{2,5T + \tau}$

Procédé instable à réponse intégrale :

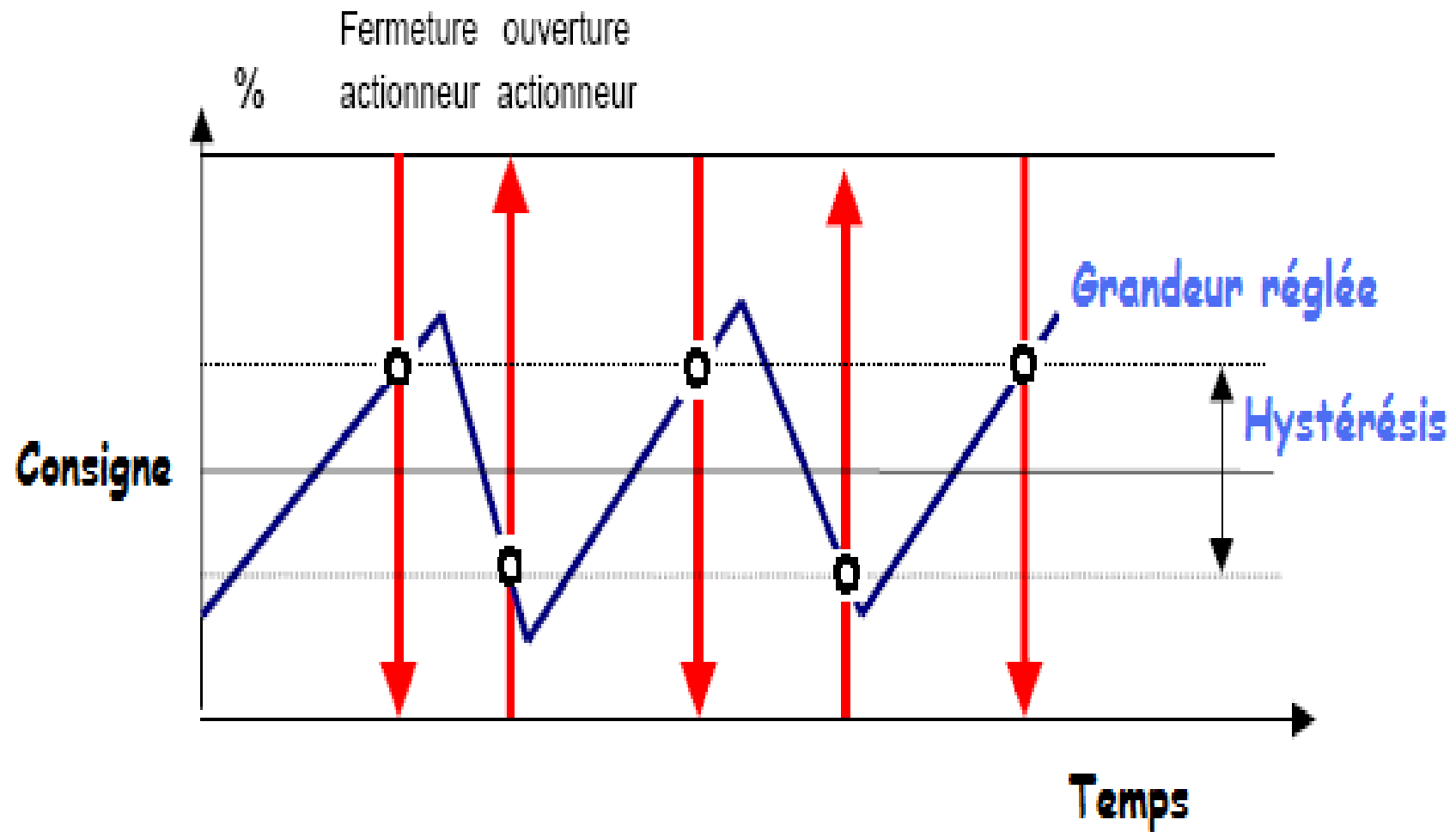
	P	PI		PID		
	Série Mixte Paral.	Série Mixte	Paral.	Série	Paral.	Mixte
K_R	$\frac{0,8}{k.\tau}$	$\frac{0,8}{k.\tau}$	$\frac{0,8}{k.\tau}$	$\frac{0,85}{k.\tau}$	$\frac{0,9}{k.\tau}$	$\frac{0,9}{k.\tau}$
T_i		$5.\tau$	$\frac{k.\tau^2}{0,15}$	$4,8.\tau$	$\frac{k.\tau^2}{0,15}$	$5,2.\tau$
T_d				$0,4.\tau$	$\frac{0,35}{k}$	$0,4.\tau$

4.3.3 Détermination graphique du réglage

4.4 Régulation Tout ou Rien (TOR)

La plus simple des régulations est la régulation par tout ou rien. Elle est utilisée quand la dynamique du procédé est très lente (grande constante du temps). C'est une régulation discontinue. Sa réalisation impose de se fixer une limite inférieure et une limite supérieure de la grandeur réglée.

Lorsque la mesure atteint la limite inférieure, l'actionneur, commandé par le régulateur TOR ou tout simplement un relais, prend une position particulière (arrêt ou marche pour une pompe, ouvert ou fermé pour une vanne). De façon analogue, le fait d'atteindre la limite supérieure place l'actionneur dans la position contraire. La mesure oscille donc entre ces deux valeurs extrêmes et sa variation prend une allure en dents de scie. Ce réglage simple, bon marché présente l'inconvénient d'être peu précis.



Ce type de régulation est très utilisée pour la régulation de température des systèmes thermique stables à grande inertie thermique et de faible puissance. Le régulateur enclenche 100% de la puissance de chauffe, puis la coupe (0%) lorsque la consigne est atteinte ou dépassée de quelques degrés. La chauffe est réenclenchée lorsque l'on repasse de quelques degrés en-dessous de la consigne.

Résultat : la température oscille autour de la consigne mais avec une plus grande fourchette (écart). Cet écart dépend de la grandeur de l'hystérésis choisi. Plus celui-ci est grand plus la fourchette est grande. Le système est moins précis. L'organe de puissance et le régulateur commutent moins souvent.

Plus celui-ci est petit plus la fourchette est petite. Le système est plus précis. L'organe de puissance et le régulateur commutent plus souvent.

Ce système est tout à fait acceptable pour les systèmes thermiques stables de faible puissance ou de forte inertie thermique. Il en résulte des permutations moins nombreuses du régulateur et de l'organe de puissance mais le système est moins précis.